



المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية
National Center for Human Resources Development

دليل مُعلِّمي الرياضيات الإرشادي للفف الثامن

لمعالجة أخطاء التعلُّم لدى الطلبة بناءً على نتائجهم
في دراسة التوجُّهات الدولية في الرياضيات والعلوم
(TIMSS 2023)



المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية
National Center for Human Resources Development

دليل إرشادي

لمعلمي الرياضيات للصف الثامن

لمعالجة أخطاء التعلم عند الطلبة في ضوء نتائجهم

في دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم

(TIMSS 2023)

إشراف

أ. د. عبد الله عابنة

د. لؤي شواشرة د. عماد عابنة د. عامر الصبح

إعداد

أحمد مصطفى سمارة

إبراهيم أحمد عمايرة

سلسلة منشورات المركز (205)

2026 م

مراجعة علمية: د. عمر أبو غليون

التحرير اللغوي: أ. نضال موسى

تنسيق: سهى منصور

تقديم

يأتي إصدار هذا الدليل الإرشادي لمُعَلِّمي الرياضيات بناءً على نتائج الطلبة في اختبار دراسة تيمس في دورتها الأخيرة عام 2023م، ضمن إطار ما يقوم به المركز من أنشطة للاستفادة من بيانات الدراسات الدولية في تجويد عمليات التعلم والتعليم لبعض المفاهيم والإجراءات التي تتضمنها اختبارات تيمس؛ إذ يهدف هذا الدليل إلى معالجة أخطاء التعلم لدى الطلبة وفقاً لإجاباتهم عن فقرات الاختبار. وقد اقتصر الدليل على تناول الفقرات التي أتاحت الجهة الدولية للعامة الاطلاع عليها.

روعي في الدليل تقديم الموضوعات بأسلوب بسيط يُسهِّل على الزملاء المُعلِّمين والمُشرفين استخدامه والاستفادة منه؛ فقد تضمّن استعراضاً للوحدة الاختبارية والأسئلة التي تليها، وتضمّن كذلك توضيحاً لأداء الطلبة في الأردن عن كل سؤال، ومقارنةً بين أدائهم وأداء نظرائهم على مستوى جميع الدول المُشاركة. تلا ذلك عرض طريقة الحَلِّ لكل سؤال، وتقديم ملخّص لأهمّ المشكلات التي يعانيها الطلبة عند حلّ السؤال، ومُقتَرَحَات علاجية لها، فضلاً عن اقتراح استراتيجيات تدريس مناسبة، وطرح أسئلة مُشابهة للأسئلة الدولية. وبذلك يُمكن للمُعَلِّمين الاستفادة من أسئلة الدليل، بوصفها أمثلة أو أنشطة صفية أو واجبات منزلية، عند تدريس محتوى هذه الأسئلة في الكتب المدرسية.

نأمل في المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية من الزملاء المُشرفين التربويين والمُعَلِّمين الأفاضل الاستفادة من هذا الدليل، وتوظيف ما تضمّنه من استراتيجيات تدريسية ومُقتَرَحَات علاجية في دروسهم الاعتيادية. وفي ما يختصُّ بعلاج الضعف لدى الطلبة في المفاهيم والمهارات العلمية التي أبرزها هذا الدليل بشكل واضح، ينبغي لمُعَلِّمي الرياضيات إعداد أوراق عمل مناسبة عنها، وتوظيفها في تدريسهم، وتضمين اختباراتهم أسئلة مُشابهة لتلك الواردة في الدليل، يجيب عنها الطلبة في عمليات التقويم ومراحله المختلفة؛ بغية معالجة جوانب الضعف لديهم.

رئيس المركز

أ.د. عبد الله عابنة

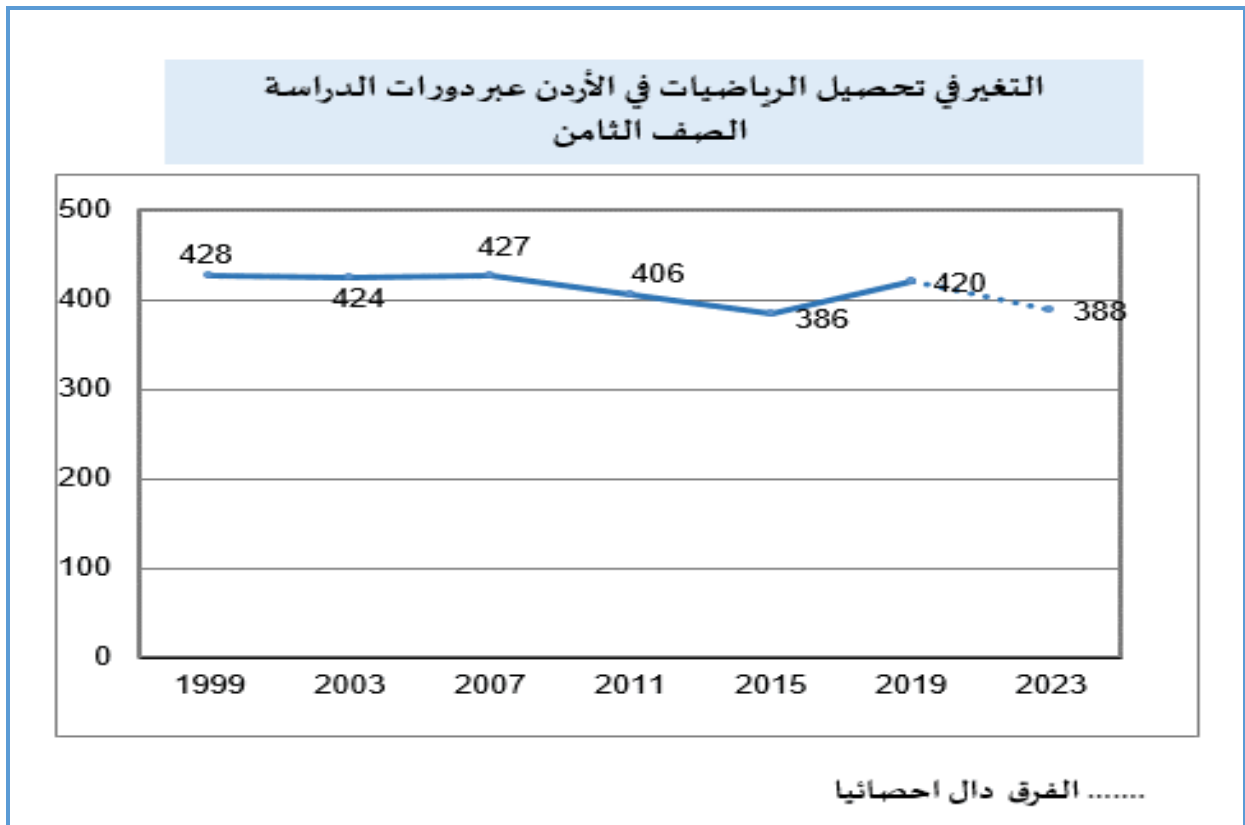
المحتويات

7	المقدمة
8	إطار تقييم الرياضيات لعام 2023 (TIMSS 2023)
11	منهجية الدليل الإرشادي
12	الإرشادات العامة في تدريب الطلبة على حل أسئلة الرياضيات
15	الأعداد والعمليات عليها
16	الفقرات التي تقع ضمن مستوى المعرفة (Knowledge)
29	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)
56	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)
65	الجبر
67	الفقرات التي تقع ضمن مستوى المعرفة (Knowledge)
75	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)
89	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)
105	الهندسة والقياس
107	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)
123	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)
135	البيانات والاحتمالات
137	الفقرات التي تقع ضمن مستوى المعرفة (Knowledge)
142	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)
153	الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)

المقدمة

شارك الأردن في دراسة تيمس (تُنفَّذُ مرَّةً كل أربع سنوات) منذ عام 1999م، وتُعَدُّ دورة 2023م المُشارَكَة السابعة للصف الثامن على التوالي. يُنظَرُ إلى دراسة تيمس بوصفها تقييماً دولياً يهدف إلى دراسة التوجُّهات الدولية في الرياضيات والعلوم، وقياس مستوى تحصيل طلبة الصف الرابع وطلبة الصف الثامن فيهما من مختلف أنحاء العالم. بحسب نتائج الدراسة، كان مُتوسِّط أداء طلبة الأردن في الرياضيات للصف الثامن دون المُتوسِّط الدولي في جميع دورات الدراسة؛ إذ شهد مُتوسِّط أداء الطلبة الأردنيين في الرياضيات تذبذباً ملحوظاً على مدار دورات الدراسة، في حين جاءت نتائجهم في دورة عام 2023م (الدورة الأخيرة) مُخيِّبة للآمال؛ إذ شهدت انخفاضاً حاداً بمقدار (32) درجة مقارنةً بعام 2019م، بحيث بلغ المُتوسِّط (388) درجة.

يُبيِّن الرسم البياني الآتي نتائج طلبة الصف الثامن في مادة الرياضيات بالأردن على مدار دورات الدراسة خلال الأعوام (1999 - 2023م):



تأسيساً على ذلك، يأمل المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية من الزملاء المُشرفين التربويين والمُعَلِّمين الأفاضل الاطِّلاع على هذا الدليل الإرشادي والاستفادة منه في تعرُّف أخطاء طلبة الصف الثامن في الرياضيات، وتبني استراتيجيات التدريس المُقترحة في الدليل؛ لمعالجة أخطاء الطلبة، والارتقاء بمستواهم المعرفي والمهاري، ومجارات الأقران في الدول المُتقدِّمة.

إطار تقييم الرياضيات لعام 2023 (TIMSS 2023)

يخضع إطار تقييم الرياضيات للتطوير المستمر، وذلك منذ المشاركة الأولى للأردن في دراسة تيمس (الدورة الثانية عام 1999م)؛ مجاراةً لتغيّر مناهج الرياضيات في الدول المشاركة وأطر العمل والأهداف التعليمية، بوصف ذلك نتيجةً لتقارير موسّعة عن دراسة تيمس في الدورة السابقة. يُظهر إطار التقييم مجالات المحتوى ومجالات المهارات العقلية لمادة الرياضيات، والنسب المئوية للعلامات المُخصّصة لكل مجال، علماً بأنّ هذا الإطار متوافر في الموقع الإلكتروني الخاص بالمركز الوطني لتنمية الموارد البشرية:

<https://www.nchr.gov.jo/assets/pdf/studies/ar/195.pdf>

شهدت دورة تيمس 2023م اكتمال مرحلة التحول إلى التقييم الإلكتروني التي بدأت عام 2019م؛ ما أوجب تحديث إطار العمل لمبحث الرياضيات بما يناسب البيئة الإلكترونية، وذلك بالاستفادة من الابتكارات التعليمية المبنية على التكنولوجيا، وصولاً إلى تقييم استقصائي للرياضيات عن طريق دمج مجموعة متنوعة من الفقرات المطوّرة تقنياً؛ لتشجيع مشاركة الطلبة، ومراعاة الجوانب التفاعلية للمفاهيم الرياضية، مثل العلاقات والعمليات الهندسية، وذلك بتوفير نماذج عملية للمحاكاة، واستخدام أدوات وتمثيلات بيانية تساعد الطلبة على تعرّف هذه المفاهيم وتمثّلها في حياتهم اليومية، إضافةً إلى الاهتمام بتنمية مهارات التفكير وحلّ المشكلات لدى الطلبة، وتطوير طرائق تقييمها حاسوبياً، والتركيز على الأخطاء المفاهيمية، وطرائق التعامل الصحيح مع الاختبارات، والتدرب المستمر على حلّ المسائل بأسلوب شائق؛ ما يسهم في تعزيز طلاقة الطلبة الإجرائية، ويزيد من دافعيتهم إلى التعلم والمشاركة الجادة في دراسة تيمس.

قدّم إطار العمل في دراسة تيمس 2023م تفاصيل أكثر عن أنواع الفقرات التفاعلية الجديدة وأنواع الاستجابة المخطّط لها، إضافةً إلى وصف المبادرة التي بدأ العمل بها عام 2019م، وتضمّنت استخدام فقرات تُركّز على مهارة حلّ المسألة والاستقصاء (problem solving and inquiry task).

نُظّم إطار العمل الخاص بتقييم الرياضيات للصف الثامن في دراسة تيمس 2023م على النحو الآتي:

- 1- مجالات المحتوى: تتضمّن تحديد الموضوعات التي يراد تقييمها.
- 2- مجالات المهارات العقلية: تتضمّن تحديد عمليات التفكير التي يراد تقييمها.

يُبين الجدول الآتي النِّسَب المئوية المُستهدَفة لعلامات الاختبار المُخصَّصة لمجالات المحتوى ومجالات المهارات العقلية للصف الثامن ومبحث الرياضيات في دراسة تيمس 2023م:

النِّسَب المئوية	مجالات المحتوى
30%	الأعداد والعمليات عليها
30%	الجبر
20%	الهندسة والقياس
20%	البيانات والاحتمالات

النِّسَب المئوية	مجالات المهارات العقلية
35%	المعرفة
40%	التطبيق
25%	التبرير

حُدِّت نسبة الأسئلة التي تنتمي إلى هذه المجالات الأربعة بناءً على عدد الموضوعات في كل مجال؛ إذ خُصِّصَت 30% من الأسئلة لمجال الأعداد والعمليات عليها الذي اشتمل على ثلاثة موضوعات، هي:

- الأعداد الصحيحة، والكسور والكسور العشرية، والنسبة والتناسب والنسبة المئوية.
- وخُصِّصَت 30% من الأسئلة لمجال الجبر الذي اشتمل على موضوعين، هما: التعابير والعمليات والمعادلات، والعلاقات والاقتربات.
- وخُصِّصَت 20% من الأسئلة لمجال الهندسة والقياس.
- وخُصِّصَت 20% من الأسئلة لمجال البيانات والاحتمالات الذي اشتمل على موضوعين رئيسيين، هما: البيانات، والاحتمالات.

اشتمل اختبار الرياضيات للصف الثامن في دورة 2023م على (196) فقرة اختبارية، توزَّعت بحسب مجالات المحتوى على النحو الآتي:

- الأعداد والعمليات عليها: (61) فقرة.
- الجبر: (58) فقرة.
- الهندسة والقياس: (41) فقرة.
- البيانات والاحتمالات: (36) فقرة.

أما عدد الفقرات التي سُمِحَ بالاطِّلاع عليها فبلغ (27) فقرة مُوزَّعة على النحو الآتي:

عدد الفقرات	المحتوى
10	الأعداد والعمليات عليها
8	الجبر
5	الهندسة والقياس
4	البيانات والاحتمالات
27	المجموع

في حين توزَّعت الفقرات بحسب مجالات المهارات العقلية على النحو المُبيِّن في الجدول الآتي:

عدد الفقرات	مستوى المهارة العقلية
6	المعرفة
13	التطبيق
8	التبرير
27	المجموع

أولاً- مراحل إعداد الدليل:

اشتمل إعداد هذا الدليل على ثلاث مراحل، هي:

1. تحليل أخطاء الطلبة في المجالات المختلفة للرياضيات (الأعداد والعمليات عليها، الجبر، الهندسة والقياس، البيانات والاحتمالات)، وذلك بدراسة أسئلة الدورة الثامنة (TIMSS 2023) التي شارك فيها طلبة الأردن، ونشرتها الجهة الدولية؛ إذ صُنِّفت هذه الأخطاء بناءً على طبيعتها، مثل:
 - الأخطاء المفاهيمية التي تتعلق بفهم المفاهيم الأساسية.
 - الأخطاء المتعلقة بتطبيق الإجراءات الرياضية أو خطوات الحل.
 - الصعوبة في الربط بين التمثيلات الرمزية والبيانية واللفظية.
 - المشكلات الخاصة بفهم المعطيات أو التحليل والاستنتاج ضمن سياق السؤال.
 2. إعداد الدليل الذي يتضمن العناصر الرئيسة الآتية:
 - التعريف بالخطأ، ومناقشة الأسباب المحتملة لوقوع الطلبة في الخطأ (الوظيفة التشخيصية).
 - اقتراح مجموعة من الأسئلة والمهام ذات الخصائص المشابهة لخصائص أسئلة الدراسة الدولية؛ للوقوف على الخطأ.
 - اقتراح استراتيجيات تعليمية مناسبة تساعد المعلم على التعامل مع الخطأ، وتجاوز الطلبة لهذا الخطأ (الوظيفة العلاجية).
 3. مراجعة الدليل من متخصصين في مواقع مختلفة؛ للتحقق من مناسبته للهدف المنشود.
- ثانياً- مكونات الدليل:

اشتمل هذا الدليل على موضوعات عديدة تناولت المحاور الآتية:

1. مجالات الرياضيات (الأعداد والعمليات عليها، الجبر، الهندسة والقياس، البيانات والاحتمالات)، ووحدات كل مجال بحسب مجال الأسئلة المعرفي (أسئلة تذكر، أسئلة تطبيق، أسئلة تحليل)، وما تحويه كل وحدة من سؤال واحد أو عدد من الأسئلة التي تتناول محوراً محدداً.
2. أداء الطلبة الأردنيين في كل سؤال، ثم مقارنة هذا الأداء بمتوسط أداء الطلبة في الدول المشاركة.
3. طريقة الحل لكل سؤال.
4. المشكلات التي واجهها الطلبة عند حل السؤال.
5. المقترحات العلاجية.
6. الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة.
7. أسئلة مشابهة لأسئلة اختبار تيمس.

الإرشادات العامة في تدريب الطلبة على حل أسئلة الرياضيات

عزيزي المُعلِّم، يُسعدنا أن نضع بين يديك مجموعة من الإرشادات التربوية التي يُحبذ اتّباعها عند تدريب الطلبة على حلّ المسائل والتمارين الرياضية، وبخاصة تلك المُستندة إلى نتائج دراسة تيمس (TIMSS)؛ إذ تهدف هذه الإرشادات إلى تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى الطلبة، وتعزيز تفاعلهم الصفّي، وتحسين جودة تعلُّمهم.

أولاً- بناء الفهم العميق للسؤال:

1. قراءة السؤال قراءة دقيقة مُتأنّية، والتحقّق من الفهم الكامل قبل البدء بالإجابة.
2. شرح المفردات الجديدة والعبارات الغامضة في السؤال لطلبة الصف، بمنّ فيهم ذوو التحصيل اللغوي الضعيف.
3. إعادة صياغة السؤال بعبارات الطلبة الخاصة، وذلك باستخدام أسئلة توجيهية، مثل:
 - ماذا يوجد لدينا من معطيات للسؤال؟
 - ما المطلوب من السؤال؟
 - كم طريقةً للحلّ؟
4. تمييز المعطيات والمطلوبات بصرياً (رسم دائرة حول المعطى، ووضع خطّ تحت المطلوب).

ثانياً- تنظيم عملية التفكير وإعداد الخُطة:

1. تمثيل المسألة بصرياً أو برسم توضيحي (إن أمكن)؛ لتسهيل فهم العلاقات.
2. صياغة خُطة للحلّ بمشاركة الطلبة، وتحفيزهم إلى اقتراح أكثر من طريقة للحلّ.
3. تشجيع عملية التفكير بصوت عالٍ، وبخاصة عند حلّ المسألة أمام طلبة الصف؛ لتوضيح سير خطوات عملية التفكير.

ثالثاً- التنفيذ والتحقّق:

1. تنفيذ الخُطة وفق الخطوات المتّفق عليها، إضافةً إلى ضبط العمليات الحسابية ضبطاً دقيقاً.
2. تعويض الناتج داخل المسألة؛ للتحقّق من صحة الجواب (إن أمكن).
3. تقدير مدى معقولية الجواب، والتأمّل فيه منطقياً ورياضياً.

رابعاً- التوسّع والتفكير الناقد:

1. البحث عن حلول بديلة أو طرائق أخرى للحلّ، ومراعاة الفعّالية أو السهولة فيها.
2. تحفيز الطلبة إلى طرح أسئلة من قبيل: ماذا لو...؟؛ لتوسيع أفقهم الرياضي.
3. مناقشة الحلول ضمن مجموعات عمل؛ لتعزيز النقاش الرياضي البناء.

خامساً- تنمية المهارات والحوار والتبرير:

1. حثُّ الطلبة على تبرير إجاباتهم، وذلك بطرح العديد من الأسئلة، مثل:
 - لماذا استخدمتَ هذه الطريقة في الحل؟
 - كيف عرفتَ أنَّ الناتج صحيح؟
2. تشجيع الاستراتيجيات الفردية لدى الطلبة، ومناقشتهم فيها، وتبني الصحيح منها.

سادساً- دعم المهارات الأساسية:

1. مراجعة المهارات الحسابية المرتبطة بالسؤال (الجمع، الطرح، الضرب، القسمة) عند الحاجة.
2. تحديد المفاهيم والمهارات السابقة اللازمة للسؤال، ومراجعتها مع الطلبة إذا لزم ذلك.

سابعاً- تحفيز طلبة الصف كافة:

1. إشراك جميع طلبة الصف في النقاش، وعدم الاكتفاء فقط بتوجيه الأسئلة إلى فئة مُحددة منهم.
2. تشجيع مبادرات الطلبة الفردية التي تتضمن اقتراح حلول عديدة أو أسئلة مُشابهة.
3. تنويع طرائق عرض الحلول وتبادل الأدوار في تنفيذ خطوات الحل على اللوح.

ملحوظتان مُهمتان:

1. تطبيق هذه الإرشادات في جميع مجالات الدليل (الأعداد والعمليات عليها، الجبر، الهندسة والقياس، البيانات والاحتمالات)، وجميع الفقرات والأسئلة الواردة فيه؛ سواء أُشير إليها صراحةً أو لم يُشر إليها.
2. إمكانية التوسع في الأمثلة والأسئلة العلاجية المرفقة بكل فقرة، تبعاً لمستوى طلبة الصف أو حاجتهم.

الأعداد والعمليات عليها

الفقرات التي تقع ضمن مستوى المعرفة (Knowledge)

يحتوي هذا المستوى على ثلاثة أسئلة سُمح بالاطّلاع عليها، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لها، تتعلّق بالمستويات الدنيا من مستويات المعرفة في تصنيف بلوم، وتتطلّب استرجاعاً وفهماً لحقائق مُرتبطة بمفهوم المُرَبَّع الكامل، والمقارنة بين الكسور العادية والكسور العشرية، وإجراء العمليات على الأعداد الصحيحة.

السؤال الأول:

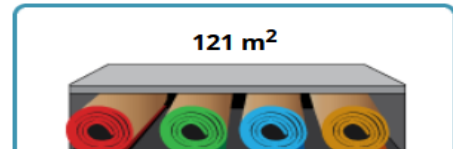
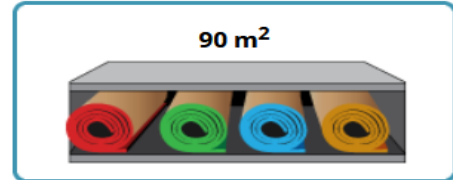
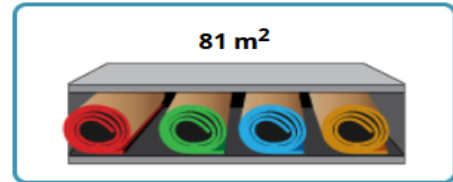
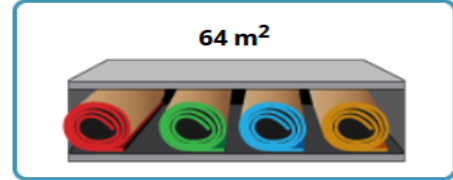
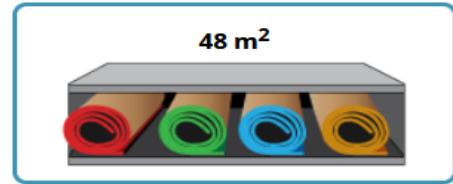
يراد في السؤال اختيار سجادة مُربَّعة من بين مجموعة من السجّادات، عليها مُلصقات تُوضّح مساحاتها. وقد أُشير إلى هذه المساحات بأعداد تُمثّل مُربَّعات كاملة، وأُخرى لا تُمثّل ذلك، ثمّ طُلِب إلى الطلبة تحديد السجّادات التي تُمثّل مساحاتها مُربَّعات كاملة. يتطلّب حلّ هذا السؤال فهماً لمفهوم المُرَبَّع الكامل، وقدرةً على تمييزه ضمن سياق بصري.

الموضوع: الأعداد الصحيحة.

العمليات العقلية: التذكُّر، التعرف.

تريد منى شراء سجادة مربعة. وقد لاحظت أن بعض الرفوف عليها ملصقات بمساحات تشكل مربعات كاملة.

انقر على كل الرفوف التي عليها ملصقات لمربعات كاملة.



أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 13.8%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 26.0%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 68.9%.

طريقة حل السؤال:

بدايةً، يتعين على الطلبة قراءة نص السؤال بعناية لفهم المطلوب؛ إذ تُعد مساحة السجادة مُربعاً كاملاً إذا كانت تُمثّل ناتج تربيع عدد صحيح؛ أي إنَّ الجذر التربيعي للمساحة يكون عدداً صحيحاً. بالتحقق من القيم المعطاة، يتبين أنَّ المساحات: 64 m^2 ، 81 m^2 ، 121 m^2 تحقق هذا الشرط.

ومن ثم، فإنَّ الإجابة الصحيحة هي:

السجّادات التي مساحتها: 64 m^2 ، 81 m^2 ، 121 m^2 .

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف المفاهيمي للمربع الكامل بوصفه ناتج تربيع عدد صحيح.
- عدم وضوح المطلوب من السؤال؛ ما أدّى إلى اختيارات عشوائية غير مبنية على تحليل عددي.
- القصور في ربط المفهوم الرياضي بالسياقات الحياتية، مثل ربط المساحة بشكل السجّادة؛ ما أضعف قدرة الطلبة على اتخاذ القرار المناسب.
- الصعوبة في التمييز بين المربع الكامل والأعداد الزوجية أو الأعداد القابلة للقسمة؛ ما أدّى إلى اختيارات غير صحيحة ناتجة من مفاهيم رياضية مغلوطة.

المقترحات العلاجية:

- مراجعة الطلبة في مفهوم المربع الكامل، وبيان أنَّه ناتج ضرب عدد في نفسه.
- تدريب الطلبة على إيجاد مربّعات الأعداد عن طريق الأمثلة، ومناقشة نواتج التربيع لكلٍّ منها. مثال 1: جدِّ مربّعات الأعداد الآتية: 1، 2، 5، 7، 10، 12.
- تمييز الأعداد التي تُمثّل مربّعات كاملة عن غيرها من الأعداد عن طريق الأنشطة التحليلية.

مثال 2: لديك الأعداد الآتية: 6، 9، 14، 16، 24، 25:

- ما الذي يُميّز الأعداد: 9، 16، 25 من بقية الأعداد؟
- ماذا تُسمّى هذه الأعداد؟

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة المثالين الواردين في بند (المقترحات العلاجية)، ثم التحقق من صحة الحل.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحل؛ لإبراز طرائق التفكير المختلفة.
- طرح أسئلة مشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيًا أثناء الحصة، أو حلها بوصفها واجبًا بيتيًا بحسب مستوى الطلبة وحاجة كل منهم.
- توجيه أفراد كل مجموعة إلى ذكر أمثلة على مربعات كاملة وأخرى غير كاملة، ثم تبادلها مع أفراد المجموعات الأخرى؛ للتحقق من صحتها باستخدام الحاسب الذهني أو الآلة الحاسبة.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

مربعات الأعداد: 12, 10, 7, 5, 2, 1 هي: 144, 100, 49, 25, 4, 1 على الترتيب.

مثال 2:

يُعدُّ كل عدد من الأعداد: 9, 16, 25 مربعًا لعدد صحيح، ويُطلق على هذه المربعات اسم المربعات الكاملة. أما الأعداد: 6, 14, 24 فليست كذلك.

أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

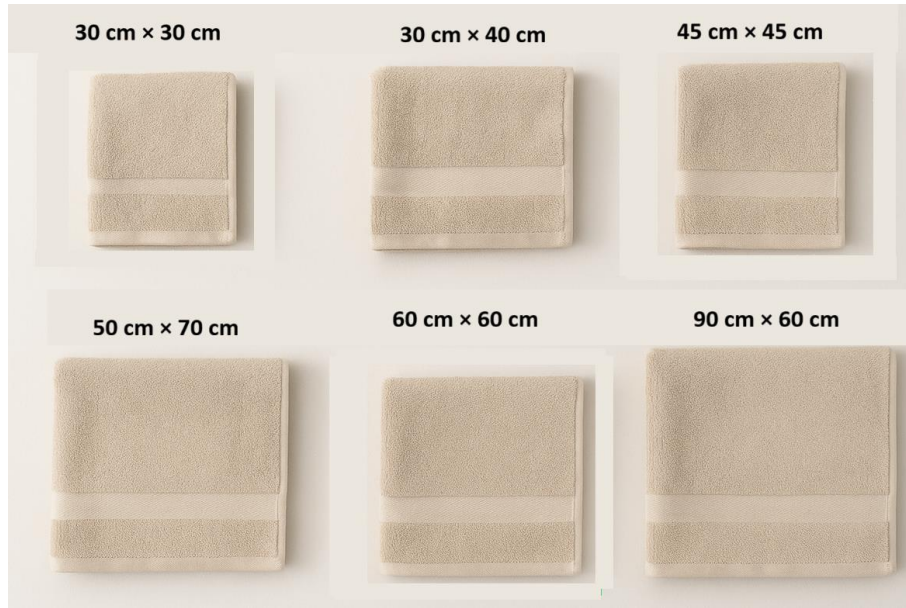
1. أراد حسن شراء علبة من البسكويت، وقد لاحظ وجود مُلصقات على بعض العلب، تشير إلى مساحات قطع البسكويت داخل العلبة الواحدة. اختر العلب التي مساحات قطع البسكويت فيها تُشكِّل مربعات كاملة.



2. قرّر أحد الأشخاص تصميم غرفة الجلوس في منزله بحيث تكون أرضيتها مربعة. أي المساحات الآتية يُمكن أن تكون مساحة لأرضية غرفة الجلوس؟ اختر جميع المساحات المُحتملة (الممكنة).

25 m² 44 m² 16 m² 49 m² 24 m²

3. أرادت سامية شراء منشفة مربعة، وقد لاحظت وجود ملصقات على بعض المناشف، توضح أبعادها بالسنتيمتر. اختر مما يأتي المناشف التي تشكل أبعادها مربعات كاملة:



4. أراد منظمو حفل خطابي ترتيب مجموعة من الكراسي على شكل مربع. أي أعداد الكراسي الآتية تمثل مربعاً كاملاً؟ (اختر جميع الإجابات الصحيحة).

160

169

196

200

210

الإجابات:

1. 49 cm^2 , 36 cm^2
2. 49 m^2 , 16 m^2 , 25 m^2
3. $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, $45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$, $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$
4. 169, 196

السؤال الثاني:

يعرض السؤال مقارنة بين الكسور العادية والكسور العشرية، ويتطلب حلّه من الطلبة الإلمام بمهارة التحويل بين الكسور بنوعيهما. يتكوّن هذا السؤال من أربعة أسئلة فرعية، يُمكن الإجابة عن كلّ منها باختيار الرمز المناسب ($<$ ، $>$ ، $=$) من قائمة مُسدّلة؛ إذ تُمثّل كل عبارة رياضية مقارنة صحيحة بين الكسرين. يعتمد النجاح في حلّ هذا السؤال على تمكّن الطلبة من تقدير القيم العددية المُكافئة لكل كسر، واستخدام ذلك في اتخاذ القرار الصحيح.

الموضوع: الكسور والكسور العشرية.

العمليات العقلية: الترتيب، التصنيف.

اختر الرمز الذي يجعل كلّ عبارة صحيحة.

استخدم القوائم المنسدلة.

$\frac{1}{2}$	اختر واحدة	0.5
$\frac{70}{100}$	اختر واحدة	0.7
$\frac{9}{10}$	اختر واحدة	0.92
$\frac{3}{25}$	اختر واحدة < > =	0.012

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 25.9%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 51.6%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 80.9%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن حلّ السؤال الأوّل والسؤال الثاني مباشرةً بناءً على معرفة الطلبة كيف يُكتب الكسر العادي في صورة عشرية:

السؤال الأول:

$$\frac{1}{2} = 0.5$$

السؤال الثاني:

$$\frac{70}{100} = 0.7$$

يتطلب كلٌّ من السؤالين الثالث والرابع إجراء عملية تحويل بسيطة من كسر عادي إلى كسر عشري:

السؤال الثالث:

يُمكن تحويل $\frac{9}{10}$ إلى كسر عشري كما يأتي:

$$\frac{9}{10} = \frac{90}{100} = 0.90$$

فتكون إجابة السؤال هي:

$$\frac{9}{10} < 0.92$$

السؤال الرابع:

يُمكن تحويل $\frac{3}{25}$ إلى كسر عشري كما يأتي:

$$\frac{3}{25} = \frac{120}{1000} = 0.120$$

فتكون إجابة السؤال هي:

$$\frac{3}{25} > 0.012$$

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في عملية التحويل بين الكسور العادية والكسور العشرية؛ ما أثر في دقة المقارنة.
- الخلط في اتجاه الرمز ($>$) أو اتجاه الرمز ($<$) عند اختيار الرمز المناسب؛ نظراً إلى وجود ضعف في التمييز البصري أو الفهم المفاهيمي لاتجاه المقارنة.
- الضعف في كتابة الكسور العشرية بصيغ مكافئة تحوي ما هو مناسب من عدد المنازل العشرية للمقارنة. فمثلاً، عند المقارنة بين العدد 0.9 والعدد 0.91، لا يدرك بعض الطلبة أن 0.9 تكافئ 0.90؛ لذا يواجهون صعوبة في عمل المحاذاة العددية، ويختارون خيارات غير صحيحة بالرغم من فهمهم الأساسي للقيم.

المقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في عملية التحويل بين الكسور العادية والكسور العشرية بذكر أمثلة متعددة، وتذكيرهم بأن تحويل الكسر العادي إلى كسر عشري يكون بجعل مقامه 10 أو 100 أو 1000...، وأن ما يُجرى على المقام يُجرى على البسط.

مثال 1:

حوّل الكسور العادية الآتية إلى كسور عشرية:

$$\frac{7}{10}, \frac{42}{100}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{14}{70}, \frac{84}{4000}$$

- تدريب الطلبة على استخدام رمزي المقارنة ($<$, $>$) بمرونة، وتأکید أن زاوية الرمز تشير إلى العدد الأصغر، وذلك بتمثيل العلاقة في اتجاهين مختلفين.

مثال 2:

قارن بين كل عددين في ما يأتي، ثم اكتب رمز المقارنة في اتجاهين مختلفين:

$$\frac{8}{50}, 0.15$$

$$\frac{7}{100}, 0.09$$

- تأکید أهمية كتابة الكسور العشرية بنفس عدد المنازل العشرية؛ لتسهيل عملية المقارنة الدقيقة بينها، وتدريب الطلبة على إعادة كتابة الكسر العادي بصورة عشرية تناسب عملية المقارنة.

مثال 3:

اكتب كل كسر عادي بصورة عشرية في ما يأتي، مُراعياً تطابق عدد المنازل العشرية مع العدد العشري المعطى:

$$\frac{6}{50}, 0.128$$

$$\frac{1}{10}, 0.09$$

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المُقترحات العلاجية)، ثم التحقق من صحة الحلّ.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحلّ؛ لتوضيح عملية الفهم، وتعزيز تبادل الأفكار.
- الطلب إلى أفراد كل مجموعة كتابة أسئلة مُشابهة، ثم تبادلها مع أفراد المجموعات الأخرى؛ لحلّها، ومراجعتها بصورة جماعية.
- طرح أسئلة مُشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيّاً أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجباً بيتيّاً بحسب مستوى الطلبة وحاجة كلّ منهم.

حلّ أسئلة المُقترحات العلاجية:

مثال 1:

$$\frac{7}{10} = 0.7 \quad , \quad \frac{42}{100} = 0.42 \quad , \quad \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0.75$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0.4 \quad , \quad \frac{14}{70} = \frac{2}{10} = 0.2 \quad , \quad \frac{84}{4000} = \frac{21}{1000} = 0.021$$

مثال 2:

$$\frac{8}{50} = 0.16, \quad \frac{8}{50} > 0.15, \quad \text{أو} \quad 0.15 < \frac{8}{50}$$

$$\frac{7}{100} = 0.07, \quad 0.09 > \frac{7}{100}, \quad \text{أو} \quad \frac{7}{100} < 0.09$$

مثال 3:

$$\frac{6}{50} = \frac{120}{1000} = 0.120$$

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 0.10$$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

1) اكتب في الرمز (<, >, =) الذي يجعل كل عبارة صحيحة في ما يأتي:

$\frac{3}{4}$		0.75
$\frac{2}{3}$		0.6
$\frac{5}{10}$		0.5
0.39		$\frac{2}{5}$

2) اكتب في الرمز (<, >, =) الذي يجعل كل عبارة صحيحة في ما يأتي:

0.85		$\frac{8}{10}$
0.125		$\frac{1}{8}$
$\frac{9}{20}$		0.045
0.7		$\frac{71}{100}$

(3) اكتب في الرمز (<, >, =) الذي يجعل كل عبارة صحيحة في ما يأتي:

0.68		$\frac{7}{10}$
0.76		$\frac{3}{4}$
$\frac{11}{20}$		0.55
$\frac{7}{8}$		0.875

(4) اكتب في الرمز (<, >, =) الذي يجعل كل عبارة صحيحة في ما يأتي:

$\frac{53}{100}$		0.053
0.8		$\frac{2}{25}$
0.106		$\frac{16}{100}$
$\frac{7}{10}$		0.070

الإجابات:

(2)

0.85	>	$\frac{8}{10}$
0.125	=	$\frac{1}{8}$
$\frac{9}{20}$	>	0.045
0.7	<	$\frac{71}{100}$

(1)

$\frac{3}{4}$	=	0.75
$\frac{2}{3}$	>	0.6
$\frac{5}{10}$	=	0.5
0.39	<	$\frac{2}{5}$

(4)

$\frac{53}{100}$	>	0.053
0.8	=	$\frac{20}{25}$
0.106	<	$\frac{16}{100}$
$\frac{7}{10}$	>	0.070

(3)

0.68	<	$\frac{7}{10}$
0.76	>	$\frac{3}{4}$
$\frac{11}{20}$	=	0.55
$\frac{7}{8}$	=	0.875

السؤال الثالث:

يعرض السؤال مهارة عددية أساسية تتعلق بتطبيق مفهوم الأس على أعداد صحيحة موجبة، وذلك بإيجاد قيمة مقدار عددي يتضمّن قوتين، هما: التربيع، والرفع إلى القوة الرابعة. وقد طُلب إلى الطلبة تطبيق مفهوم الأس بوصفه عملية ضرب مُتكرّر لحساب 3^2 و 2^4 ، ثمّ جمع الناتجين لإيجاد القيمة النهائية.

يتطلّب حلّ هذا السؤال فهماً دقيقاً لمفهوم القوة العددية، وإتقاناً لإجراء بعض العمليات الأساسية (الأسس، والجمع).

الموضوع: الأعداد الصحيحة.

العمليات العقلية: الحساب، التعرف.

$$2^4 + 3^2 =$$

الإجابة:

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 32.8%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 51.5%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من ثلثي نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 83.2%.

طريقة حلّ السؤال:

– إيجاد كل قوة على حدة:

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16, 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

– جمع الناتجين:

$$16 + 9 = 25$$

إذن، الإجابة الصحيحة هي: 25.

ملحوظة: يستطيع الطلبة إجراء هذه الحسابات ذهنياً، أو باستخدام القلم والورقة لتفكيك القوى بوصف ذلك ضرباً مُتكرّراً، أو استخدام الآلة الحاسبة المُتوافرة في برمجية الاختبار، ثمّ كتابة الجواب النهائي في خانة الإجابة.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في فهم مفهوم الأس بوصفها عملية ضرب مُتكرّر؛ ما أدّى إلى حدوث أخطاء في حساب القوى، وبخاصة عند التعامل مع أس أكبر من 2.
- الخلط بين مفهوم القوة والعمليات الأخرى؛ فقد اعتقد بعض الطلبة خطأً أنّ 2^4 هو 2×4 ، أو $2+4$ تعني $2 \times 2 \times 2 \times 2$.
- إهمال أولويات العمليات الحسابية عند وجود أكثر من خطوة في المسألة، مثل إجراء عملية الجمع قبل إيجاد القوى.
- عدم التحقق من الناتج النهائي بسبب التسرع في الإجابة، أو الضعف في مهارات الضرب اليدوي؛ ما أدّى إلى حدوث أخطاء غير مفهومة في إجابة الطالب بالرغم من صحة الفكرة العامة.

المُقترحات العلاجية:

- تعريف الطلبة بمفهوم الأس بوصفه عملية ضرب مُتكرّر، إضافةً إلى بيان الفرق بين التربيع ورفع العدد إلى أس أكبر من 2.

مثال 1:

جد قيمة كلٍّ مما يأتي:

$$2^2 \quad 2^3 \quad 3^4$$

- تدريب الطلبة على إيجاد مقادير عددية تحوي أسساً من دون استخدام الآلة الحاسبة؛ لتعزيز مهارات الحساب الذهني.

مثال 2:

جد ناتج كل مقدار مما يأتي ذهنياً:

$$1) 4^2 + 2^3$$

$$2) 3^2 + 1^4$$

- تذكير الطلبة بضرورة تطبيق أولويات العمليات الحسابية في المقادير التي تتضمن الأسس وعمليات أخرى، مثل: الضرب، والجمع، والطرح.

مثال 3:

جد قيمة كل مقدار مما يأتي:

$$1) 5 \times 4 + 2^3$$

$$2) 10 - 3^2$$

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية) التي تتضمن فهم الأس بوصفه ضرباً متكرراً، والحساب الذهني للمقادير، وتطبيق أولويات العمليات، إضافة إلى استخدام مكعبات أو رسوم توضيحية لتمثيل القوى قبل الانتقال إلى الحساب العددي، ثم التحقق من صحة الحلّ.
 - عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحلّ، وتأكيد الفرق بين التربيع ورفع العدد إلى أس أكبر، وتصحيح الأخطاء المفاهيمية الشائعة.
 - الطلب إلى أفراد كل مجموعة كتابة مقادير عددية مشابهة، تتضمن قوى وعمليات حسابية متنوعة، ثم تبادلها مع أفراد المجموعات الأخرى؛ لحلّها، وتفسير خطوات الحلّ.
 - طرح أسئلة مشابهة على الطلبة بوصفها واجباً بيتياً؛ على أن تحلّ من دون استخدام الآلة الحاسبة، بهدف تعزيز مهارة الحساب الذهني، وتطبيق أولويات العمليات الحسابية بثقة ودقّة.
- حلّ أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

- 1) $2^2 = 2 \times 2 = 4$
- 2) $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- 3) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

مثال 2:

- 1) $4^2 + 2^3 = 16 + 8 = 24$
- 2) $3^2 + 1^4 = 9 + 1 = 10$

مثال 3:

- 1) $5 \times 4 + 2^3 = 20 + 8 = 28$
- 2) $10 - 3^2 = 10 - 9 = 1$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

(1) جد قيمة كل مما يأتي:

التسلسل	1	2	3	4	5	6
المقدار	$2^3 + 3^2$	$5^2 - 2^4$	$7^2 + 1^5$	$3^3 + 2^4$	$10^2 - 3^4$	$6^2 - 5^2$
الإجابة						

(2) ما قيمة: $2^5 + 4$ ؟

a) 32

b) 36

c) 40

d) 14

(3) ما قيمة: $7^2 - 5^2$ ؟

a) 12

b) 49

c) 14

d) 24

(4) جد قيمة: $(2^2)^2 - 3 \times 2^1$.

الإجابات:

1)

التسلسل	1	2	3	4	5	6
المقدار	$2^3 + 3^2$	$5^2 - 2^4$	$7^2 + 1^5$	$3^3 + 2^4$	$10^2 - 3^4$	$6^2 - 5^2$
الإجابة	17	9	50	43	19	11

2) (b) 36

3) (d) 24

4) 10

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)

يحتوي هذا المستوى على خمسة أسئلة سُمح بالاطلاع عليها، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لها، تتعلق بمستوى التطبيق، وتتطلب استخدام المعلومات والقواعد والأساليب الرياضية التي تعلّمها الطلبة في مواقف جديدة ذات صلة بإجراء عمليات حسابية على الكسور العادية، وتوظيفها في حلّ مسائل حياتية، إضافةً إلى حلّ تطبيقات على النسبة والتناسب.

السؤال الأول:

يتناول السؤال مهارة طرح الكسور ذات المقامات المختلفة، ويُرَكِّز على التمثيل الرمزي الصحيح لعملية الطرح، وفيه يُطلَب إلى الطلبة اختيار العبارة التي تُعبّر تعبيراً دقيقاً عن الفرق بين الكسر $\frac{1}{8}$ والكسر $\frac{1}{5}$ من بين خيارات مُتعددة.

يتطلب حلُّ هذا السؤال فهماً لمبدأ توحيد المقامات أولاً قبل إجراء عملية الطرح، وتمييز التمثيلات غير الصحيحة التي قد تنشأ عن الطرح المباشر للبسط والمقام من دون مراعاة للقاعدة الرياضية الصحيحة. الموضوع: الكسور والكسور العشرية. العمليات العقلية: التحديد، التطبيق.

أيُّ عبارة من العبارات التالية تساوي $\frac{1}{5} - \frac{1}{8}$ ؟

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{8} \quad \text{A}$$

$$\frac{1}{5 - 8} \quad \text{B}$$

$$\frac{5 - 8}{5 \times 8} \quad \text{C}$$

$$\frac{8 - 5}{8 \times 5} \quad \text{D}$$

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 22.1%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 26.6%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 69.8%.

طريقة حلّ السؤال:

يندرج هذا السؤال ضمن مجال العمليات على الكسور غير المتشابهة، ويهدف إلى تنمية قدرة الطلبة على إيجاد صيغ كسرية مكافئة لصيغ معطاة، ولا يطلب منهم التوصل إلى الإجابة النهائية.

بدايةً، يجب إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للمقام 5 والمقام 8:

$$\text{LCM} (5, 8) = 8 \times 5$$

بعد ذلك يجب توحيد مقامي الكسرين:

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{1 \times 8}{5 \times 8} - \frac{1 \times 5}{8 \times 5} = \frac{8}{5 \times 8} - \frac{5}{8 \times 5} = \frac{8-5}{5 \times 8}$$

إذن، الإجابة الصحيحة هي: (D).

يُمكن حلّ السؤال بطريقة أخرى، هي:

- استبعاد الخيار (A)؛ نظراً إلى طرح البسط من البسط والمقام من المقام.
- استبعاد الخيار (B)؛ نظراً إلى طرح المقام من المقام، وتثبيت البسط.
- استبعاد الخيار (C)؛ لأنّ الناتج سالب (البسط سالب والمقام موجب)، في حين أنّ $(\frac{1}{5} - \frac{1}{8})$ موجب؛ لأنّ $\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$.

وبذلك يكون الخيار (D) هو الإجابة الصحيحة.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- عدم إدراك أهمية توحيد المقامات عند طرح الكسور ذات المقامات المختلفة؛ ما أدى إلى حدوث أخطاء شائعة، مثل طرح البسطين مباشرةً من دون تغيير المقام.
- الضعف في الربط بين التمثيل الرمزي للكسر والمواقف أو النماذج الواقعية؛ ما حدّ من فهم الطلبة للفرق بين الكسرين في سياق واقعي.
- حدوث أخطاء عند إيجاد كسور مكافئة للكسور المعطاة؛ نتيجة الضعف في المهارات الحسابية، أو تجاهل أولويات العمليات الحسابية، أو التسرع في تنفيذ الخطوات.
- الاعتماد الشكلي على البنية الرمزية للعبارات، واختيار الخيار الأقرب شكلياً إلى المسألة من دون التحقق العددي؛ ما عكس فهماً سطحيّاً للمفهوم الرياضي.

المقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفهوم طرح الكسور ذات المقامات المختلفة، وبيان أنّ اختلاف المقامات يعني عدم تساوي الأجزاء؛ ما يتطلّب توحيد المقامات قبل إجراء عملية الطرح، إضافةً إلى توضيح مفهوم الكسر المكافئ، وكيفية تمثيله من دون تغيير القيمة.

مثال 1:

مثّل الكسر $\frac{1}{3}$ والكسر $\frac{1}{2}$ باستخدام نماذج، ثمّ جَزِّئ النماذج لتصبح الأجزاء متساوية في العدد (كسور مُكافئة ومقام مُوحّد)، ثمّ جدّ ناتج طرح: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.

- تدريب الطلبة على إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (LCM)؛ لتوحيد المقامات، ولأنّه أصغر عدد يقبل القسمة على كلا المقامين، ومن ثمّ استخدامه في إيجاد كسور مُكافئة؛ لتوحيد المقامات، ثمّ إجراء عملية الطرح.

مثال 2:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{8}$$

جدّ ناتج طرح ما يأتي:

- مناقشة الطلبة في تعابير مغلوبة شائعة في طرح الكسور، مثل: طرح البسط من البسط والمقام من المقام، وتجاهل عملية توحيد المقامات، إضافةً إلى تحليل الخطأ وتصحيحه بصورة جماعية.

مثال 3:

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{0}{2}$$

هل العبارة الآتية صحيحة؟

ملحوظتان:

- يتعيّن على المُعلّم مناقشة الخطأ، ثمّ الطلب إلى الطلبة إجراء عملية الطرح الصحيحة.
- ينبغي للمُعلّم مناقشة الطلبة في إمكانية إيجاد صيغة مُكافئة لناتج جمع كسرين أو طرحهما، مثل: $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ، من دون الحاجة إلى إيجاد (LCM) للمقامين:

$$\frac{c}{a} - \frac{d}{b} = \frac{c \times b - d \times a}{a \times b}$$

مثال 4:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

جدّ صيغة مُكافئة لما يأتي:

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثمّ توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المُقرّحات العلاجية) التي تتضمّن النموذج البصري، وإيجاد (LCM)، وتحليل الخطأ، ثمّ التحقق من صحة الحلّ باستخدام أدوات مساعدة، مثل: النماذج الورقية، وشرائط الكسور، والآلة الحاسبة.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثمّ مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحلّ، والتركيز على بيان أهمية توحيد المقامات، وتمييز الأخطاء الشائعة المرتبطة بطرح البسط من البسط والمقام من المقام.
- الطلب إلى أفراد كل مجموعة كتابة أسئلة مُشابهة لطرح الكسور ذات المقامات المختلفة، ثمّ تبادلها مع أفراد المجموعات الأخرى؛ لحلّها، وتحليلها بصورة جماعية.

- طرح أسئلة مُشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيًا أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجبًا بيتيًّا؛ لتعزيز عملية الفهم، وترسيخ مهارات التمثيل العددي والتمثيل البصري لطرح الكسور.

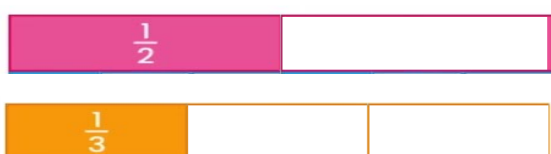
حلُّ أسئلة المُقترحات العلاجية:

مثال 1:

(1) تمثيل الكسرين باستخدام مستطيلات مُقسّمة:

رسم مستطيلين مُتطابقين:

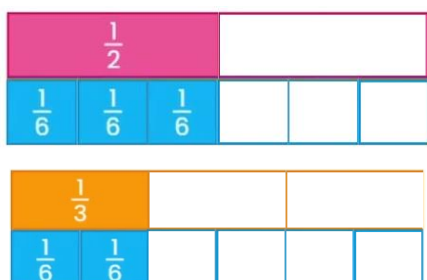
الأول مُقسّم إلى جزأين مُتطابقين، يُظَلَّل أحدهما لتمثيل $\frac{1}{2}$.
والثاني مُقسّم إلى ثلاثة أجزاء مُتطابقة، يُظَلَّل أحدها لتمثيل $\frac{1}{3}$.



(2) بيان السبب الذي يحوّل دون إجراء عملية الطرح مباشرة:

لا يُمكن طرح $\frac{1}{3}$ من $\frac{1}{2}$ ؛ لأنّ المقامين مختلفان، أو لأنّ أجزاء المستطيل المُظلّلة غير مُتطابقة.

(3) تحويل الكسرين إلى كسور مُكافئة لها نفس المقام:



$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

(4) طرح الكسور المُكافئة:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

مثال 2:

$$\text{LCM}(6, 8) = 24$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{4}{24} - \frac{3}{24} = \frac{1}{24}$$

مثال 3:

ينبغي للمُعَلِّم مناقشة الطلبة في صحة العبارة أو خطئها، للتوصّل معًا إلى أنّها غير صحيحة؛ لأنّ البسط طُرِح من البسط، ولأنّ المقام طُرِح من المقام.

لكي تصبح العبارة صحيحة؛ يجب توحيد المقامين أولاً:

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1-2}{4} = \frac{-1}{4}$$

مثال 4:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{6-3}{3 \times 6} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

(1) ما الكسر الذي يُكافئ $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ ؟

a) $\frac{3-1}{4-6}$

b) $\frac{18-4}{4 \times 6}$

c) $\frac{3-1}{6-4}$

d) $\frac{2}{4 \times 6}$

(2) ما الكسر الذي يُكافئ $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ ؟

a) $\frac{2+3}{5+10}$

b) $\frac{4+6}{5+10}$

c) $\frac{20+15}{5 \times 10}$

d) $\frac{2+3}{5 \times 10}$

(3) ما الكسر الذي يُكافئ $\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$ ؟

a) $\frac{20-8}{4 \times 8}$

b) $\frac{5-1}{4 \times 8}$

c) $\frac{5-1}{8-4}$

d) $\frac{5}{8-4}$

(4) ما الكسر الذي يُكافئ $\frac{2}{3} - \frac{1}{9}$ ؟

a) $\frac{5}{9}$

b) $\frac{2-1}{3-9}$

c) $\frac{1}{12}$

d) $\frac{6-3}{9}$

(5) ما الكسر الذي يُكافئ $\frac{7}{10} + \frac{1}{5}$ ؟

a) $\frac{14+2}{20}$

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{7}{10+5}$

d) $\frac{7+1}{10+5}$

(6) ما العبارة التي تساوي $\frac{4}{9} - \frac{1}{6}$ ؟

a) $\frac{24-6}{54}$

b) $\frac{3}{54}$

c) $\frac{4-1}{9-6}$

d) $\frac{8-3}{18}$

الإجابات:

1	2	3	4	5	6
b	c	a	a	b	d

السؤال الثاني:

يعرض السؤال تطبيقاً واقعياً لمفهوم الكسر الجزئي من كمية كاملة، وفيه يُطلب إلى الطلبة إيجاد كمية الماء الكاملة في خزان بناءً على معلومتين، هما: $\frac{3}{4}$ الماء قد استُخدم، والمتبقي من الماء هو 20 لتراً. يتطلب حلُّ هذا السؤال فهم العلاقة بين الكسر والعدد الكلي (الواحد الصحيح)، وتوظيف هذه العلاقة في إيجاد الكمية الكاملة بناءً على الجزء المعطى.

يقيس هذا السؤال قدرة الطلبة على التحليل العددي، واستخدام التفكير العكسي (من الجزء إلى الكل) في سياق حياتي مألوف، وهو من نوع الاختيار من متعدد.

الموضوع: الكسور والكسور العشرية.

العمليات العقلية: التحديد، التطبيق.

لدى مزارع خزان مملوء بالماء يستخدمه لري مزرعاته.

وهو يستخدم $\frac{3}{4}$ الماء في حقل واحد.

وبعد هذا، بقي 20 لتراً من الماء في الخزان.

كم كان عدد لترات الماء في الخزان المملوء؟

80 (A)

60 (B)

20 (C)

15 (D)

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 30.4%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 57.0%؛ ما يعني أنَّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُعادل نحو نصف نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 85.8%.

طريقة حلّ السؤال:

بدايةً، يجب تحديد ما يساويه الجزء الواحد ($\frac{1}{4}$) من كمية الماء، ثمَّ ضرب هذه الكمية في العدد الكلي من الأجزاء، وهو 4:

كمية الماء في الخزان:

$$1 = \frac{4}{4}$$

أما الكسر العادي الذي يُمثّل ما تبقى من ماء في الخزان فهو:

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

الماء المتبقي في الخزان هو 20 لتراً؛ ما يساوي $\frac{1}{4}$ كمية الماء في الخزان.
كمية الماء الكلية:

$$4 \times 20$$

وهي تساوي 80 لتراً.

طريقة مختصرة لحل السؤال:

$$\frac{1}{4} \text{ يعادل } 20 \text{ لتراً.}$$

كمية الماء الكلية باللتر:

$$20 \div \frac{1}{4} = 20 \times 4 = 80$$

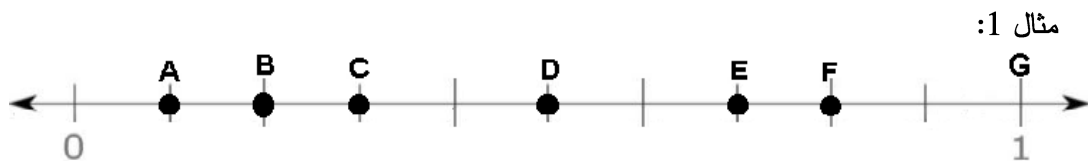
إذن، الإجابة الصحيحة هي: (A).

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الصعوبة في استيعاب مفهوم الكسر العادي بوصفه جزءاً من الكل؛ ما عوّق قدرة الطلبة على تفسير العلاقات الكمية المرتبطة به.
- الضعف في فهم العلاقة بين الكسور المتكافئة أو الكسور ذات المقامات المشتركة، مثل عدم إدراك أن $\frac{3}{4}$ تُمثّل ثلاثة أمثال $\frac{1}{4}$ ، وأن $\frac{6}{8}$ تساوي مُثلثي $\frac{3}{8}$.
- الضعف في إجراء عمليات حسابية على الكسور ضمن الوحدة الواحدة، مثل $(1 - \frac{1}{4})$ ؛ نظراً إلى عدم استخدام تمثيلات مكافئة للعدد 1 (مثل $1 = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots$) لتسهيل عملية الطرح.
- الضعف في إيجاد كسر معين من كمية كلية أو العكس؛ نتيجة لعدم فهم العلاقة بين الجزء والكل في السياقات العددية أو السياقات الحياتية.

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفهوم الكسر العادي على خطّ الأعداد.



اعتماداً على خطّ الأعداد، أجب عن الأسئلة الآتية:

- (1) إلى كم قسماً متساوياً قُسم الخطّ بين 0 و 1؟
- (2) ماذا تُمثّل المسافة بين كل شرطين على خطّ الأعداد؟
- (3) ما الذي تُمثّله كل دائرة مُظلّلة على خطّ الأعداد؟

مثال 2:

اعتماداً على خطّ الأعداد السابق، أجب عن السؤالين الآتيين:

- (1) ما العلاقة بين الكسر الذي تُمثّله النقطة D والكسر الذي تُمثّله النقطة A؟
- (2) ما العلاقة بين الكسر الذي تُمثّله النقطة F والكسر الذي تُمثّله النقطة B؟

مثال 3:

جدّ ناتج الطرح لكلّ ممّا يأتي:

$$1 - \frac{1}{4}, 1 - \frac{3}{5}, 1 - \frac{6}{7}$$

مثال 4:

لدى مُزارع قطعة أرض مساحتها 24 دونماً. غرس هذا المُزارع أشجار لوزيات في $\frac{1}{6}$ الأرض، ثمّ زرع قمحاً في $\frac{3}{8}$ الأرض:

- (1) كم دونماً غرس المُزارع أشجار لوزيات في أرضه؟
- (2) كم دونماً زرع المُزارع قمحاً في أرضه؟

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثمّ توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المُقترحات العلاجية)، ثمّ التحقق من صحة الحلّ باستخدام الآلة الحاسبة.
- تبادل الحلول بين أفراد المجموعات؛ للاطلاع على تنوع استراتيجيات الحلّ، وتعزيز عملية الفهم بالمقارنة بين الطرائق المختلفة.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثمّ مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحلّ، والتركيز على منطقية التفكير واستيعاب مفهوم الجزء من الكل.
- طرح أسئلة مُشابهة على الطلبة، ثمّ مناقشتهم فيها شفهيّاً أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجباً بيتيّاً بحسب مستوى الطلبة وحاجة كلّ منهم؛ لتعزيز المفهوم، وتثبيت المهارة الرياضية في سياقات عديدة وحياتية مُتنوّعة.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

(1) 10 أقسام

(2) $\frac{1}{10}$

(3)

الرمز	A	B	C	D	E	F
الكسر	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

مثال 2:

(1) الكسر الذي تُمثِّله النقطة D يساوي 5 أضعاف الكسر الذي تُمثِّله النقطة A؛ لأنَّ النقطة D تُمثِّل $\frac{5}{10}$.

النقطة A تُمثِّل $\frac{1}{10}$.

(2) الكسر الذي تُمثِّله النقطة F يساوي 4 أضعاف الكسر الذي تُمثِّله النقطة B؛ لأنَّ النقطة F تُمثِّل $\frac{8}{10}$.

النقطة B تُمثِّل $\frac{2}{10}$.

مثال 3:

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$1 - \frac{6}{7} = \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$$

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

مثال 4:

(1) مساحة الأرض التي غُرست بأشجار اللوزيات هي 4 دونمات؛ لأنَّ:

$$\frac{1}{6} \times 24 = 4$$

(2) مساحة الأرض التي زُرعت قمحاً هي 9 دونمات؛ لأنَّ:

$$\frac{3}{8} \times 24 = 9$$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

(1) اشترت أسرة خالد علبة حلوى. تناول أفراد الأسرة $\frac{3}{5}$ الحلوى التي في العلبة، وبقي فيها 16 قطعة. كم قطعة حلوى كان في العلبة؟

- a) 20 b) 25 c) 30 d) 40

(2) لدى سلمى علبة عصير. سكبت سلمى $\frac{2}{3}$ العصير في كوب، وبقي من العصير 300 mL. كم مليلتراً من العصير كان في العلبة؟

- a) 900 b) 750 c) 600 d) 45

(3) في مختبر العلوم، وزعت $\frac{4}{5}$ أنابيب الاختبار، وبقي منها 12 أنبوباً. ما العدد الكلي لأنابيب الاختبار في المختبر؟

- a) 30 b) 50 c) 60 d) 40

(4) ملئ $\frac{5}{6}$ خزان بالماء، وبقي بحاجة إلى 20 لتراً من الماء لكي يمتلئ، كم لتراً سعة الخزان؟

- a) 100 b) 120 c) 140 d) 160

(5) قرأ مازن $\frac{3}{4}$ كتاب، وبقيت من الكتاب 25 صفحة. كم عدد صفحات الكتاب؟

- a) 75 b) 80 c) 100 d) 90

(6) زارت رباب متحفاً، وقد قرأت فيه $\frac{1}{4}$ اللافتات، وبقيت منها 36 لافتة لم تقرأها بعد. كم عدد اللافتات في المتحف؟

- a) 48 b) 60 c) 72 d) 96

الإجابات:

1	2	3	4	5	6
d	a	c	b	c	a

السؤال الثالث:

يتناول السؤال مفهوم التناسب بين متغيرين (x و y)، وفيه يُطلب إلى الطلبة إكمال جدول عددي عن طريق إيجاد القيم المجهولة باستخدام العلاقة التناسبية. لفهم هذه العلاقة، يتعين على الطلبة إدراك أن القيم ترتبط بنسبة ثابتة، وأنه يمكن إيجاد القيم المفقودة عن طريق الضرب التبادلي، أو إيجاد عامل التناسب.

يقيس هذا السؤال قدرة الطلبة على تمثيل العلاقات التناسبية عددياً، وتطبيق المهارات الأساسية في الضرب والقسمة ضمن سياق جدولي منظم.

الموضوع: النسبة والتناسب والنسبة المئوية.

العمليات العقلية: التحديد، التطبيق.

إنَّ قيمة x متناسبة مع قيمة y .

أكمل الجدول.

y	x
4	6
2	
	12

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 6.3%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 19.7%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُقارب ثلث نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 66.0%.

طريقة حل السؤال:

بدايةً، يجب تكوين تناسب يحوي القيم المجهولة، ثم حل التناسب. بافتراض أن القيمة المجهولة في الجدول، التي تُقابل $y = 2$ ، هي b :

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{b}$$

$$4 \times b = 12$$

$$b = 3$$

تكوين التناسب

بالضرب التبادلي

بقسمة كلا الطرفين على 4

بافتراض أن القيمة المجهولة في الجدول، التي تُقابل $x = 12$ ، هي d ، فإنَّ التناسب سيكون:

$$\frac{d}{12} = \frac{4}{6}$$

بإجراء خطوات الحلِّ السابقة، فإنَّ: $d = 8$.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- عدم فهم عبارة (قيمة x متناسبة مع قيمة y)؛ ما أدَّى إلى صعوبة في إدراك العلاقة الرياضية الثابتة بين المتغيرين.
- الخطأ في تكوين التناسب؛ فقد يكتب بعض الطلبة العلاقة بشكل مقلوب، مثل: $\frac{4}{6} = \frac{b}{2}$ بدلاً من $\frac{4}{6} = \frac{2}{b}$ ، و $\frac{12}{d} = \frac{4}{6}$ بدلاً من $\frac{d}{12} = \frac{4}{6}$ ؛ ما أدَّى إلى خطأ في الإجابة.
- إهمال التحقق من معقولية الإجابة، كأن يختار الطالب قيمة لا تتناسب منطقياً مع بقية القيم في الجدول؛ نتيجة لعدم استخدام التفكير العددي أو المقارنة التقديرية.

المقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفهوم التناسب والعلاقات التناسبية في الجدول الآتي:

x	x_1	x_2
y	y_1	y_2

بناءً على الجدول، فإنَّ قيم x متناسبة مع قيم y إذا كان كلٌّ من $\frac{y_1}{x_1}$ و $\frac{y_2}{x_2}$ يساوي مُعدَّل الوحدة نفسه؛ أي إنَّ:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

قد يحتوي هذا الجدول على قيمتين أو أكثر لكلٍّ من قيم x وقيم y .
ومن ثَمَّ، فإنَّ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ يُسمَّى تناسباً.

مثال 1:

حدِّد في ما يأتي إذا كانت قيم x متناسبة مع قيم y أم لا، مبيناً السبب:

1)

x	1	6
y	2	12

2)

x	4	8
y	6	10

3)

x	2	6
y	5	15

- مناقشة الطلبة في تكوين تناسب، ثم مشاركتهم في حله.

مثال 2:

في الأسئلة الآتية، توجد علاقة تناسبية بين x و y . اكتب قيمة المتغير المجهول، ثم تحقق من معقولية الإجابة في كل منها.

1)

x	5	b
y	3	6

2)

x	8	2
y	4	c

3)

x	7	21
y	d	9

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ سؤالي المثالين الواردين في بند (المقترحات العلاجية) اللذين يتضمنان تكوين التناسب الصحيح، والتحقق من معقولية القيمة، ثم التحقق من صحة الحلّ باستخدام القلم والورقة أو الآلة الحاسبة.

- تبادل الحلول بين أفراد المجموعات؛ للاطلاع على تنوع استراتيجيات الحلّ، ومناقشة أوجه التشابه والاختلاف في أساليب التفكير الرياضي.

- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحلّ، والتركيز على فهم العلاقة التناسبية وتثبيت صيغة التناسب الصحيحة.

- طرح أسئلة مشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيًا أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجبًا بيتيًا؛ على أن تُوظف فيها العلاقات التناسبية في سياقات عددية أو سياقات حياتية، بهدف تعزيز عملية الفهم، وتثبيت المهارة الرياضية.

حلّ أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

1)

$$\frac{12}{6} = 2, \quad \frac{2}{1} = 2$$

قيم x متناسبة مع قيم y ؛ لأن $\frac{12}{6} = \frac{2}{1} = 2$ مُعدّل الوحدة هو نفسه في كلتا الحالتين، وهو يساوي 2.

2)

$$\frac{10}{8} = \frac{5}{4}, \quad \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

قيم x غير متناسبة مع قيم y ؛ لأن مُعدّل الوحدة مختلف في كلتا الحالتين: $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ ، في حين أن: $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

3)

$$\frac{5}{2} = 2.5 , \quad \frac{15}{6} = 2.5$$

قيم x متناسبة مع قيم y ؛ لأن $\frac{5}{2} = \frac{15}{6} = 2.5$. مُعدل الوحدة هو نفسه في كلتا الحالتين، وهو يساوي 2.5.

مثال 2:

1)

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{b} , \quad 3 \times b = 30 , \quad b = 10$$

المتغير y زاد من 3 إلى 6؛ أي تضاعف، والمتغير x زاد من 5 إلى 10؛ أي تضاعف أيضاً.

ومن ثم، فإن الإجابة معقولة، والحل صحيح.

2)

$$\frac{4}{8} = \frac{c}{2} , \quad 8 \times c = 8 , \quad c = 1$$

المتغير x نقص من 8 إلى 2؛ أي قُسم على 4، والمتغير y نقص من 4 إلى 1؛ أي قُسم على 4 أيضاً.

ومن ثم، فإن الإجابة معقولة، والحل صحيح.

3)

$$\frac{d}{7} = \frac{9}{21} , \quad 21 \times d = 63 , \quad d = 3$$

في المتغير x ، العدد 7 ثلث العدد 21.

وفي المتغير y ، العدد 3 ثلث العدد 9.

ومن ثم، فإن الإجابة معقولة، والحل صحيح.

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

في الأسئلة الآتية، توجد علاقة تناسبية بين x و y . اكتب قيمة المتغير المجهول، ثم أكمل الجدول في كلٍّ منها.

1)

y	x
6	8
12	
	4

2)

y	x
10	30
30	
	6

3)

y	x
10	30
	60
5	

4)

y	x
2	2.4
10	
	1.2

5)

y	x
4.8	30
	7.5
24	

الإجابات:

- 1) المربع في السطر الثالث: 16، والمربع في السطر الرابع: 3.
- 2) المربع في السطر الثالث: 90، والمربع في السطر الرابع: 2.
- 3) المربع في السطر الثالث: 20، والمربع في السطر الرابع: 15.
- 4) المربع في السطر الثالث: 12، والمربع في السطر الرابع: 1.
- 5) المربع في السطر الثالث: 1.2، والمربع في السطر الرابع: 150.

السؤال الرابع:

يعرض السؤال تطبيقاً واقعياً لمفهوم التناسب في سياق خلط الألوان، ويتطلب حله من الطلبة فهم العلاقة النسبية بين جزأين من الكل، وتحليلها عددياً لتحديد الجزء المطلوب.

يقيس هذا السؤال قدرة الطلبة على توظيف مهارات التناسب وتقسيم الكميات وفق نسب مُحددة باستخدام عمليات الضرب والقسمة ضمن سياق عملي واقعي.

الموضوع: النسبة والتناسب والنسبة المئوية.

العمليات العقلية: التنفيذ، التطبيق.

يحتاج جاسر إلى 10 لترات من الدهان لغرفته. وقد اختار لونًا نتج عن خلط اللونين الأزرق والأخضر بنسبة 3:2.

كم لترًا من الدهان الأزرق يحتاجها جاسر؟

الإجابة: لترًا

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 7.7%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 36.4%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تقارب خمس نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 76.4%.

طريقة حلّ السؤال:

بدايةً، يجب تحديد المعطى في السؤال:

يحتاج جاسر إلى 10 لترات من خليط الدهان بالنسبة الآتية:

أخضر : أزرق
↓ ↓
3 : 2

المجموع: $3 + 2 = 5$

ثلاثة أجزاء من الأزرق، وجزءان من الأخضر: أي 5 أجزاء

ثم إيجاد قيمة الجزء الواحد: $10 \div 5 = 2$

ثم إيجاد كمية الدهان الأزرق: $3 \times 2 = 6$

إذن، الإجابة الصحيحة هي: 6 لترات من الدهان الأزرق.

ملحوظة: يستطيع الطلبة توزيع الكمية الكلية إلى أجزاء متناسبة، وإجراء العمليات ذهنيًا، أو باستخدام القلم والورقة، أو الآلة الحاسبة المتوافرة في برمجية الاختبار، ثم كتابة عدد اللترات المطلوبة في خانة الإجابة.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في فهم مفهوم النسبة بوصفها وسيلة لتوزيع كمية كلية على أجزاء متناسبة؛ ما عوّق قدرة الطلبة على تحديد الكمية المقابلة لكل عنصر في النسبة.
- الصعوبة في إيجاد عدد الأجزاء الكلية للنسبة، ما أدى إلى حدوث أخطاء في تحديد الحصّة الواحدة، أو في توزيعها على المكونات.

- حدوث أخطاء في العمليات الحسابية الأساسية (مثل: القسمة، والضرب) عند توزيع الكمية الكلية، وبخاصة إذا لم يُجزأ العدد بشكل صحيح منذ البداية.

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفهوم النسبة وتفسيرها، بوصفها علاقة بين جزأين أو أكثر من الكمية الكلية.
مثال 1:
ماذا تعني النسبة (3:2) المتعلّقة بخلط لوني الدهان الأزرق والأخضر؟
مثال 2:
صندوق يحتوي على 20 حبة خوخ من الأحمر والأصفر، وكل 3 حبات حمراء تُقابلها حبتان صفراوان. كم حبة خوخ حمراء وصفراء في الصندوق؟
- تدريب الطلبة على تحديد عدد الأجزاء الكلية في النسبة، وتوزيع الكمية المعطاة عليها بشكل مُتناسب.
مثال 3:
لديك 25 لترًا من عصير البرتقال والتفاح. إذا كانت نسبة البرتقال إلى التفاح (4:1)، فكم لترًا من كل نوع في هذا العصير؟
- تعزيز مهارة تحويل تمثيل النسبة من وصف لفظي إلى نموذج عددي أو جدول تناسب.
مثال 4:
يتطلّب دهان حائط خلط اللون الأبيض واللون الأزرق معاً بنسبة (5:2). املأ الفراغ بما هو مناسب في الجدول الآتي:

8	6	4	2	الأزرق (وحدة)
				الأبيض (وحدة)
				الكمية الكلية (وحدة)

- مناقشة الأخطاء الشائعة التي قد يقع فيها بعض الطلبة، مثل استخدام الفرق أو الجمع بدل التوزيع النسبي، ثمّ تصحيحها ضمن أنشطة جماعية.
مثال 5:

خُط 12 لترًا من اللون الأحمر واللون الأبيض معاً بنسبة (3:1). وقد قال أحد الطلبة تعقيباً على ذلك: "تبلغ كمية اللون الأحمر 3 لترات". أبن الخطأ في هذا القول؟

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثمّ توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المُقترحات العلاجية) التي تتضمن تحديد عدد الأجزاء

الكلية، وتوزيع الكمية على النسبة بشكل صحيح، ثمَّ التحقق من صحة الحلِّ باستخدام القلم والورقة أو الآلة الحاسبة.

- تبادل الحلول بين أفراد المجموعات؛ للاطلاع على تنوع استراتيجيات الحلِّ، ومناقشة أوجه التشابه والاختلاف في أساليب التفكير الرياضي.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثمَّ مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحلِّ، والتركيز على فهم العلاقة النسبية بين الأجزاء، وبيان كيف يمكن حساب كمية كل جزء من الكمية الكلية.
- طرح أسئلة مُشابهة على الطلبة، ثمَّ مناقشتهم فيها شفهيًّا أثناء الحصّة، أو حلُّها بوصفها واجباً بيتيّاً؛ على أن تُوظَّف فيها النَّسَب في سياقات حياتية مألوفة (مثل: خلط المواد، وإعداد الوصفات، ومزج الألوان)، بهدف تعزيز عملية الفهم، وتثبيت المهارة الرياضية.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

النسبة (3:2) تعني أنه مُقابل كل ثلاثة أجزاء من اللون الأزرق يوجد جزءان من اللون الأخضر.

الجزء هنا قد يكون لتراً، أو كوباً، أو مكياًلاً

مثال 2:

20 حبة من الخوخ بنسبة (3:2)؛ أي (حمرء إلى صفراء).

مجموع الأجزاء:

$$5 = 3 + 2؛ أي 5 أجزاء.$$

قيمة الجزء الواحد:

$$4 = 20 \div 5؛ أي 4 حبات من الخوخ.$$

عدد حبات الخوخ الأحمر:

$$12 = 3 \times 4؛ أي 12 حبة من الخوخ الأحمر.$$

عدد حبات الخوخ الأصفر:

$$8 = 2 \times 4؛ أي 8 حبات من الخوخ الأصفر.$$

بناءً على ذلك، يُمكن إيجاد عدد حبات الخوخ الصفراء بطرح عدد حبات الخوخ الحمرء من العدد الكلي لحبات الخوخ.

مثال 3:

25 لتراً بنسبة (4:1)؛ أي (برتقال إلى تفاح).

مجموع الأجزاء:

$$5 = 4 + 1؛ أي 5 أجزاء.$$

قيمة الجزء الواحد:

$$5 = 25 \div 5؛ أي 5 لترات من العصير.$$

كمية عصير البرتقال:

$$20 = 4 \times 5؛ أي 20 لتراً.$$

كمية عصير التفاح:

$$5 = 1 \times 5؛ \text{أي } 5 \text{ لترات.}$$

مثال 4:

8	6	4	2	الأزرق (وحدة)
20	15	10	5	الأبيض (وحدة)
28	21	14	7	الكمية الكلية (وحدة)

مثال 5:

أخطأ الطالب في اعتقاد أن حدَّ النسبة الخاص باللون الأحمر هو حجم اللون الأحمر في الخليط كاملاً.

الإجابة الصحيحة هي:

مجموع الأجزاء:

$$4 = 1 + 3؛ \text{أي } 4 \text{ أجزاء.}$$

قيمة الجزء الواحد:

$$3 = 12 \div 4؛ \text{أي } 3 \text{ لترات.}$$

بناءً على ذلك، فإنَّ كمية اللون الأحمر هي:

$$9 = 3 \times 3؛ \text{أي } 9 \text{ لترات.}$$

وكمية اللون الأبيض هي:

$$3 = 1 \times 3؛ \text{أي } 3 \text{ لترات.}$$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

- 1) خلطت سارة دهاناً أحمر اللون مع دهان أصفر اللون بنسبة (3:5) للحصول على دهان برتقالي، مُستخدمةً 24 لتراً من الدهان. كم لتراً من الدهان الأحمر استخدمت سارة؟
- 2) في وصفة لصنع البسكويت، خلطت هند الطحين مع السكر بنسبة (5:1)، مُستخدمةً 18 كوباً من الخليط. كم كوباً من السكر استخدمت هند؟
- 3) نسبة عدد الطلاب إلى عدد الطالبات في أحد صفوف الأول الأساسي (7:5). إذا كان عدد الطلاب في هذا الصف 35 طالباً، فكم عدد الطالبات فيه؟
- 4) مدخل مُبلّط ببلاط وردي من لونين (غامق وفتح) بنسبة (1:4). إذا كان عدد البلاطات في هذا المدخل 25 بلاطة، فكم بلاطة من النوع الفاتح فيه؟
- 5) عصير مُكوّن من مُركّز الليمون والماء بنسبة (1:5). إذا كانت كمية العصير 36 لتراً، فكم لتراً من مُركّز الليمون في هذا العصير؟
- 6) خلط أحد العمّال الرمل مع الإسمنت بنسبة (6:1). إذا بلغت كمية الخليط الكلية 28 تنكة، فإلى كم تنكة من الإسمنت يحتاج هذا العامل؟
- 7) لصنع دهان من نوع خاص، خلطت ثلاثة ألوان بنسبة (3:2:1)، مُرتبةً نسبها على النحو الآتي: (أحمر: أزرق: أصفر). إذا كان مقدار الكمية الكلية 36 لتراً، فكم لتراً من اللون الأزرق يلزم لصنع هذا الدهان؟

الإجابات:

1	2	3	4	5	6	7
9 L	3 أكواب	25 طالبة	20 بلاطة	6 L	4 تنكات	12 L

السؤال الخامس:

يُقدّم السؤال تمثيلاً بصرياً لمفهوم النسبة العددية عن طريق توزيع مُربّعات مُلوّنة بلونين (أصفر Y وأزرق B) لتمثيل النسبة (4:6). وقد طُلِبَ إلى الطلبة سحب المُربّعات ثمّ ترتيبها لإظهار التناسب المطلوب؛ ما يتطلّب فهماً بصرياً دقيقاً لمعنى النسبة بوصفها علاقة بين جزأين من كل. يقيس هذا السؤال مهارات الطلبة في التمييز العددي والتمييز البصري ضمن سياق علاقات ودوال عددية باستخدام مبدأ السحب والإفلات.

الموضوع: النسبة والتناسب والنسبة المئوية.

العمليات العقلية: التنفيذ، التطبيق.

توجد 5 مربّعات في الصف الأول من غطاء لحاف ملون. نسبة اللون الأصفر (Y) مقارنة مع الأزرق (B) تُعادل 4:6.

اسحب المربّعات إلى الصف لإظهار نسبة تعادل 4:6.



الصف الأول

--	--	--	--	--

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 37.7%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 59.2%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسطّ الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 93.4%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- 1) ما النسبة المطلوبة بين المُربّعات الصفراء (Y) والمُربّعات الزرقاء (B)؟ (4:6).
- 2) كم عدد المُربّعات الكلي في الصف الأوّل؟ 5.
- 3) كيف نمثّل النسبة (4:6) بعدد مكافئ من المُربّعات الكلية؟ بأنّ نُبسّط النسبة بالقسمة على 2 لتصبح (2:3).

- (4) ما المجموع الكلي لأجزاء النسبة بعد عملية التبسيط؟ $2+3 = 5$ ؛ أي 5 أجزاء.
- (5) كم مُربّعاً يُقابل الجزء الواحد من النسبة؟ $5 \div 5 = 1$ ؛ أي 1 من المُربّعات.
- (6) كم عدد المُربّعات من كل لون في الصف الأول؟ مُربّعان أصفران، وثلاثة مُربّعات زرقاء.

الصف الأول



المشكلات التي واجهها الطلبة:

- القصور في فهم مفهوم النسبة بوصفها مقارنة بين جزأين؛ ما أدى إلى صعوبة في توزيع المُربّعات على نحو يعكس التناسب المطلوب.
- الخلط بين النسبة وعدد الوحدات الحقيقية، مثل الاعتقاد أنّ النسبة (4:6) تعني دائماً 4 مُربّعات صفراء من أصل 10 مُربّعات، من دون إدراك أنّ النسبة تحافظ على العلاقة، حتّى في ظلّ مضاعفة الكمية.
- الضعف في التمثيل البصري للنسب عند استخدام أدوات تفاعلية (مثل السحب والإفلات)؛ ما أدى إلى حدوث أخطاء في عدد المُربّعات الملونة المُستخدمة.
- عدم القدرة على التحقق من صحة التمثيل النهائي؛ نتيجةً لغياب استراتيجية المراجعة العددية أو المراجعة البصرية التي تعمل على التحقق من مطابقة التوزيع للنسبة (4:6).

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفهوم النسبة بوصفها علاقة بين جزأين أو أكثر، وتوضيح الفرق بينها وبين الكسر أو النسبة المئوية، باستعراض مواقف حسيّة وتمثيلات بصرية.
- مثال 1:
إذا كانت النسبة بين الأقلام الحمراء والأقلام الزرقاء (3:2)، ووُزعت 10 أقلام على الطلبة، فكم قلماً أحمر منها؟ وكم قلماً أزرق منها؟
- تدريب الطلبة على تمثيل النسب باستخدام مُربّعات أو دوائر ملوّنة، وتأكيد ضرورة المحافظة على العدد النسبي بين الألوان.
- مثال 2:
مثّل النسبة (2:5) باستخدام 7 مُربّعات ملوّنة.

مثال 3:

إذا كان لدينا عدد من الدوائر الملونة، وكانت نسبة اللون الأصفر إلى اللون الأخضر (3:1) من بين 12 دائرة، فكم عدد الدوائر التي سنلونها من كل لون؟

- تنفيذ أنشطة تفاعلية قائمة على مبدأ السحب والإفلات (إن أمكن)؛ لتعزيز عملية الفهم الحسي للنسب، وتثبيت العلاقة العددية بصرياً.

مثال 4:

إذا كانت نسبة اللون الأبيض إلى اللون الأسود (5:3) في لعبة تمثيل النسب التي تهدف إلى توضيح ترتيب النسب، فكم عدد المربعات البيضاء والسوداء التي يتعين نسبتها من بين 16 مربعاً؟

- مناقشة الطلبة في الأخطاء الشائعة (مثل: عدم الحفاظ على التناسب، واختيار عدد غير صحيح من العناصر)، وذلك بأداء أنشطة تصحيحية جماعية.

مثال 5:

لدى مراد 10 مربعات أراد تلوينها باللون الأصفر واللون الأزرق. إذا كانت نسبة اللون الأصفر إلى اللون الأزرق (2:3)، ولون مراد 6 مربعات باللون الأصفر و4 مربعات باللون الأزرق، فهل تمثيله صحيح؟ إن كان تمثيله غير صحيح، فصوب الخطأ.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية) التي تتضمن تمثيل النسبة بصرياً، مع تلوين الأجزاء وتوزيعها بما يتوافق مع النسبة المعطاة في السؤال، ثم التحقق من صحة الحل باستخدام أدوات التمثيل أو النماذج التفاعلية.
- تبادل الحلول بين أفراد المجموعات؛ للاطلاع على تنوع استراتيجيات الحل، ومناقشة أوجه التشابه والاختلاف في أساليب التفكير البصري والعددي.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من التمثيلات على اللوح أو باستخدام الشاشة التفاعلية، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات التوزيع، والتركيز على عدد الأجزاء الكلية، وفهم النسبة بين اللونين.
- طرح أسئلة مشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيًا أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجباً بيتياً؛ على أن توظف فيها النسب في سياقات حياتية مألوفة (مثل: ترتيب الأشكال، وخلط الألوان، وتكوين مجموعات متوازنة)، بهدف تعزيز عملية الفهم، وتثبيت المهارة الرياضية.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

مجموع الأجزاء:

$$5 = 2 + 3؛ أي 5 أجزاء.$$

عدد الأقلام لكل جزء:

$$2 = 10 \div 5؛ أي 2 من الأقلام.$$

عدد الأقلام الحمراء:

$$6 = 3 \times 2؛ أي 6 أقلام حمراء.$$

عدد الأقلام الزرقاء:

$$4 = 2 \times 2؛ أي 4 أقلام زرقاء.$$

مثال 2:

مجموع الأجزاء:

$$7 = 2 + 5؛ أي 7 أجزاء.$$

رسم 7 مربعات:

2 منها بلون أول (مثل اللون الأحمر).

5 منها بلون ثانٍ (مثل اللون الأزرق).

مثال 3:

مجموع الأجزاء:

$$4 = 1 + 3؛ أي 4 أجزاء.$$

عدد الدوائر لكل جزء:

$$3 = 12 \div 4؛ أي 3 دوائر.$$

عدد الدوائر الصفراء:

$$9 = 3 \times 3؛ أي 9 دوائر صفراء.$$

عدد الدوائر الخضراء:

$$3 = 1 \times 3؛ أي 3 دوائر خضراء.$$

مثال 4:

مجموع الأجزاء:

$$8 = 3 + 5؛ أي 8 أجزاء.$$

عدد المربعات لكل جزء:

$$2 = 16 \div 8؛ أي 2 من المربعات.$$

عدد المربعات من اللون الأبيض:

$$10 = 5 \times 2؛ أي 10 مربعات بيضاء.$$

عدد المربعات من اللون الأسود:

$$6 = 3 \times 2؛ أي 6 مربعات سوداء.$$

مثال 5:

مجموع الأجزاء:

$$5 = 3 + 2; \text{ أي } 5 \text{ أجزاء.}$$

عدد المربعات لكل جزء:

$$10 \div 5 = 2; \text{ أي } 2 \text{ من المربعات.}$$

عدد المربعات من اللون الأصفر:

$$4 \times 2 = 8; \text{ أي } 4 \text{ مربعات صفراء.}$$

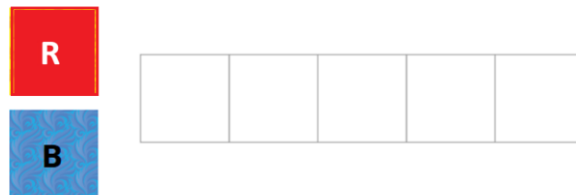
عدد المربعات من اللون الأزرق:

$$6 \times 2 = 12; \text{ أي } 6 \text{ مربعات زرقاء.}$$

أخطأ مراد في عملية التمثيل؛ لأنه عكس النسبة؛ إذ لوَّ 6 مربعات باللون الأصفر، بالرغم من أن أجزاءه أقل. التمثيل الصحيح هو: 4 مربعات بلون أصفر، و6 مربعات بلون أزرق.

أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

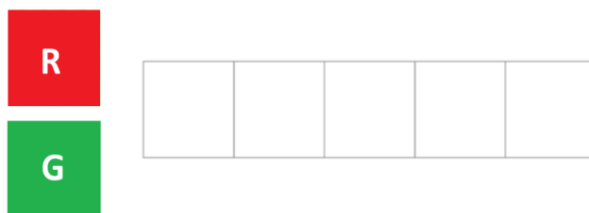
- (1) إذا كانت لديك 5 مربعات، وكانت النسبة بين المربعات الحمراء (R) والمربعات الزرقاء (B) هي (6:4)، فاسحب المربعات لإظهار النسبة في الصف.



- (2) في نموذج من 4 مربعات، كانت النسبة بين فرش الرسم (F) والألوان (C) هي (6:6). اسحب المربعات لتمثيل هذه النسبة في الصف.



- (3) تحتوي لعبة تعليمية على 5 مربعات. إذا كانت النسبة بين المربعات الحمراء (R) والمربعات الخضراء (G) هي (8:12)، فاسحب المربعات الملونة لإظهار النسبة في الصف.



4) تحتوي لوحة ألوان على 6 مُربَّعات. إذا كانت النسبة بين اللون الأصفر (Y) واللون البرتقالي (O) هي (4:8)، فاسحب المربَّعات لإظهار التوزيع الصحيح في الصف.

Y					
O					

الإجابات:

1	2	3	4
2 B ، 3 R	2 C ، 2 F	3 G ، 2 R	4 O ، 2 Y

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)

يحتوي هذا المستوى على سؤالين سُمِحَ بالاطّلاع عليهما، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لهما، تتعلّق بمستوى التبرير الذي يُعدُّ أحد المستويات العليا في تصنيف بلوم، وهي تتطلّب تقديم مبررات منطقية في سياق المسائل الرياضية، تتعلّق بخصائص العمليات الحسابية على الأعداد الصحيحة، وخصائص ضرب الكسور العادية، وموقع ناتج الضرب على خطّ الأعداد.

السؤال الأول:

يراد في السؤال توظيف العمليات الجبرية على الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية، وذلك بتعويض العدد الصحيح x في المقدار: $\frac{2}{5}x + 1$ ، بحيث يكون الناتج عدداً صحيحاً. وقد طُلِبَ إلى الطلبة تحديد خصائص العدد x .

يقيس هذا السؤال قدرة الطلبة على الربط بين التمثيل الجبري والتفسير العددي، وهو من نوع الاختيار من مُتعدد.

الموضوع: الأعداد الصحيحة.

العمليات العقلية: التحليل، التبرير.

x عدد صحيح.

$$\frac{2}{5}x + 1 \text{ عدد صحيح.}$$

أيّ من العبارات التالية عبارة صحيحة؟

(A) يجب أن يكون x عدداً فردياً

(B) يجب أن يكون x عدداً زوجياً

(C) يجب أن يكون x أكبر من 5

(D) يجب أن يكون x عدداً قابلاً للقسمة على 5

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 43.2%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 41.5%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أعلى قليلاً من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 76.3%.

طريقة حلّ السؤال:

x عدد صحيح. ولكي يكون ناتج التعويض في المقدار: $\frac{2}{5}x + 1$ عدداً صحيحاً؛ يجب أن تكون القيمة $\frac{2}{5}x$ عدداً صحيحاً أيضاً؛ لأنها مضافة إلى العدد الصحيح 1. لتحقيق ذلك، يجب أن يكون العدد x من مضاعفات 5؛ أي يجب أن يكون قابلاً للقسمة على 5، حتى يزول المقام، وتصبح القيمة $\frac{2}{5}x$ عدداً صحيحاً. ومن ثمّ، فإنّ الإجابة الصحيحة هي: (D): يجب أن يكون x عدداً قابلاً للقسمة على 5. ملحوظة: يُمكن للمُعَلِّم توضيح خطأ الخيارات الأخرى عن طريق تعويض قيم عددية غير مناسبة، وبيان أثرها في الناتج.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- عدم معرفة الحقيقة؛ فإذا جُمع عدد صحيح مع عدد آخر، وكان ناتج الجمع عدداً صحيحاً، فإنّ العدد الآخر يجب أن يكون صحيحاً.
- الصعوبة في التوصل إلى حقيقة أنّه إذا كان $\frac{a}{b}$ كسراً عادياً، و c عدداً صحيحاً، و $c \times \frac{a}{b}$ عدداً صحيحاً، فيجب أن يكون c من مضاعفات b .

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في الحقيقتين الآتيتين:
 - الأعداد الصحيحة مُغلقة تحت عملية الجمع؛ أي إنّ ناتج جمع عددين صحيحين يظلّ عدداً صحيحاً.
 - إذا جُمع عدد صحيح مع عدد آخر، وكان ناتج الجمع عدداً صحيحاً، فإنّ العدد الآخر يجب أن يكون صحيحاً.
 - لفت انتباه الطلبة إلى أنّه إذا كان $\frac{a}{b}$ كسراً عادياً، و c عدداً صحيحاً، و $c \times \frac{a}{b}$ عدداً صحيحاً، فيجب أن يكون c من مضاعفات b ؛ لكي يختفي المقام b .
- مثال:

إذا كان y عدداً صحيحاً، فَصِفْ y الذي يجعل كل حدّ عدداً صحيحاً في ما يأتي:

$$1) \frac{1}{2} \times y, \quad 2) \frac{1}{6} \times (2y), \quad 3) \frac{5}{8} \times (y)$$

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثمّ توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة المثال الوارد في بند (المُقترحات العلاجية) الذي يتضمّن دراسة المقدار $\frac{2}{5}x + 1$ ، ثمّ التحقق من صحة الحلّ باستخدام أمثلة عددية تُوضّح متى يكون الناتج عدداً صحيحاً.
- مناقشة الطلبة في الحقيقتين الأساسيتين، بذكر أمثلة عددية مباشرة، ثمّ الطلب إليهم ذكر أمثلة مُشابهة تُبرز العلاقة بين قيمة x ومضاعفات العدد 5.

- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحل، والتركيز على تأثير المقام في تحديد صلاحية القيمة.
- طرح أسئلة مشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيًا أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجبًا بيئيًا؛ على أن تتضمن تعويضات عددية ضمن مقادير كسرية، بهدف تعزيز مهارة التحليل العددي، وربط الجبر بالمفهوم العددي.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

- (1) y عدد صحيح. ولكي يكون ناتج التعويض في المقدار: $\frac{1}{2}y$ عددًا صحيحًا؛ يجب أن يكون العدد y من مضاعفات 2؛ أي يجب أن يكون قابلاً للقسمة على 2، حتى يزول المقام.
- (2) y عدد صحيح. ولكي يكون ناتج التعويض في المقدار: $(2y) \times \frac{1}{6}$ عددًا صحيحًا؛ يجب أن يكون العدد $2y$ من مضاعفات 6؛ أي يجب أن يكون قابلاً للقسمة على 6، حتى يزول المقام.
ملحوظة: العدد $2y$ من مضاعفات 6؛ ما يعني أن y من مضاعفات 3، أو يقبل القسمة على 3.
- (3) y عدد صحيح. ولكي يكون ناتج التعويض في المقدار: $(y) \times \frac{5}{8}$ عددًا صحيحًا؛ يجب أن يكون العدد y من مضاعفات 8؛ أي يجب أن يكون قابلاً للقسمة على 8، حتى يزول المقام.
ملحوظة: يُمكن للمُعَلِّم توضيح خطأ الخيارات الأخرى عن طريق تعويض قيم عددية غير مناسبة، وبيان أثرها في الناتج.

أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

- (1) x عدد صحيح، و $5 + \frac{3}{4}x$ عدد صحيح. أي العبارات الآتية صحيحة دائماً؟
 (A) يجب أن يكون x عدداً زوجياً.
 (B) يجب أن يكون x من مضاعفات 4.
 (C) يجب أن يكون x أكبر من 4.
 (D) يجب أن يكون x من مضاعفات 3.
- (2) x عدد صحيح، و $1 + \frac{4}{7}x$ عدد صحيح. أي العبارات الآتية صحيحة دائماً؟
 (A) يجب أن يكون x عدداً فردياً.
 (B) يجب أن يكون x قابلاً للقسمة على 4.
 (C) يجب أن يكون x أكبر من 7.
 (D) يجب أن يكون x قابلاً للقسمة على 7.
- (3) x عدد صحيح، و $\frac{2x+6}{3}$ عدد صحيح. أي العبارات الآتية صحيحة دائماً؟
 (A) يجب أن يكون x قابلاً للقسمة على 3.
 (B) يجب أن يكون x من مضاعفات 6.
 (C) يجب أن يكون x أكبر من 3.
 (D) يجب أن يكون x عدداً صحيحاً موجباً.

(4) x عدد صحيح موجب، و x 3 عدد فردي. أي العبارات الآتية صحيحة دائماً؟

(A) يجب أن يكون x عدداً زوجياً.

(B) يجب أن يكون x عدداً أولياً.

(C) يجب أن يكون x عدداً فردياً.

(D) يجب أن يكون x من مضاعفات 3.

(5) إذا كان: $x \times y = 0$ ، فأأي العبارات الآتية صحيحة دائماً بالنسبة إلى العدد x والعدد y ؟

(A) يجب أن يكون كلا العددين صفراً.

(B) يجب أن يكون أحد العددين على الأقل صفراً.

(C) يجب أن يكون أحد العددين موجباً والآخر سالباً.

(D) يجب أن يكون كلا العددين صحيحاً.

الإجابات:

1	2	3	4	5
B	D	A	C	B

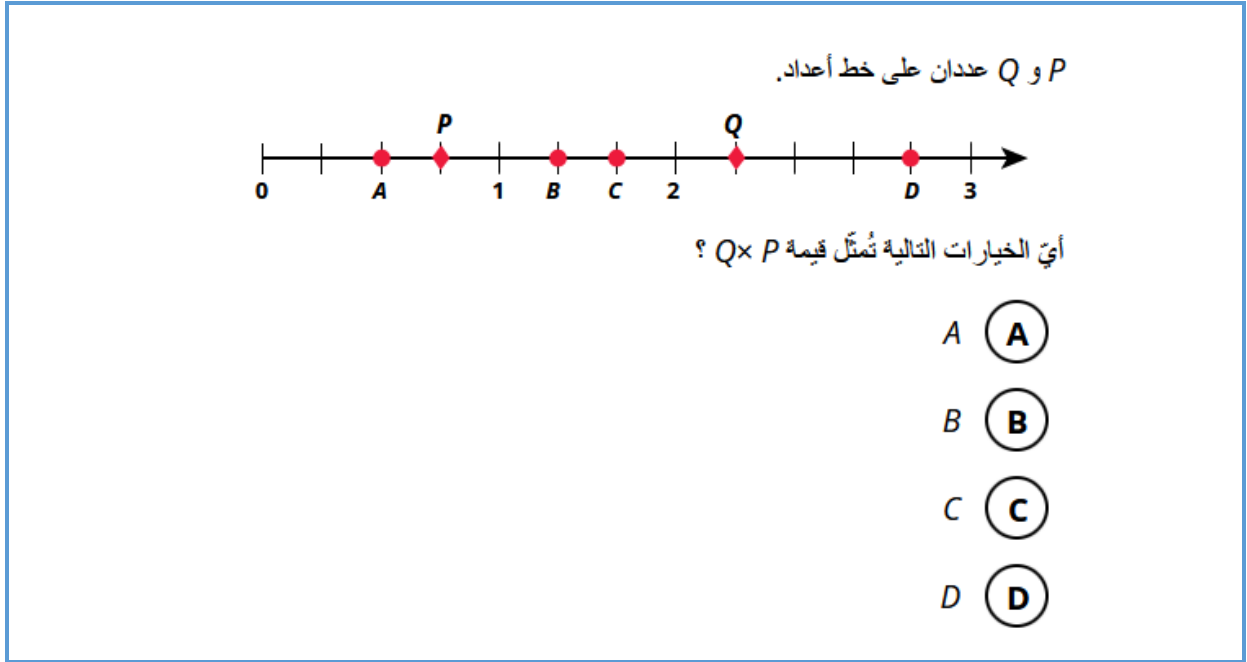
السؤال الثاني:

يعرض السؤال موقفاً بصرياً قائماً على خط الأعداد، وفيه يُطلب إلى الطلبة تحديد موقع كلٍّ من العدد P والعدد Q ، ثم إيجاد ناتج ضربيهما، ثم تحديد موقعه الصحيح على خط الأعداد.

يقيس هذا السؤال مهارتين مترابطتين، هما: قراءة الأعداد من تمثيل بصري غير منتظم، وتوظيف الأعداد في عملية ضرب. كذلك، فإن ربط الناتج بموقعه المناسب على خط الأعداد يتطلب دقة في التخيل المكاني وحساباً عددياً صحيحاً، علماً بأن السؤال من نوع الاختيار من متعدد.

الموضوع: الكسور والكسور العشرية.

العمليات العقلية: التحليل، التبرير.



أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 27.0%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 36.0%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 57.6%.

طريقة حل السؤال:

يُمكن للمعلم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- ما موقع النقطة P على خط الأعداد؟ موقعها عند العدد $\frac{3}{4}$.
- ما موقع النقطة Q على خط الأعداد؟ موقعها عند العدد $\frac{11}{5}$.

- ما المطلوب في السؤال؟ تحديد النقطة التي تُمثِّل $Q \times P$ على خطِّ الأعداد.
- ما ناتج $Q \times P$ ؟ $1.65 = \frac{11}{5} \times \frac{3}{4}$ ، وهو يساوي $1\frac{2}{3}$ تقريباً.
- أيُّ النقاط تُمثِّل العدد $1\frac{2}{3}$ على خطِّ الأعداد؟ النقطة C.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- عدم الدقَّة في قراءة خطِّ الأعداد، وبخاصة في ظلِّ تباين المسافات بين العلامات؛ ما أدَّى إلى تقدير غير صحيح لقيمة كلٍّ من P و Q.
- تساوي المسافات بين العلامات على خطِّ الأعداد؛ فبالرغم من أنَّها تُمثِّل أعداداً مختلفة، فإنَّ بعض الطلبة عملوا على مساواة مسافة الثلث بمسافة الخمس. وهذا غير صحيح.
- الخلط بين الرموز؛ نتيجة تكرر الأحرف نفسها (A, B, C, D) بوصفها مواقع على خطِّ الأعداد وخيارات للإجابة؛ ما أربك كثيراً من الطلبة، وحال دون اختيارهم الخيار الصحيح.
- الخطأ في ضرب الكسرين أو الأعداد المُمثَّلة بـ P و Q؛ نتيجة الضعف في إجراء عملية الضرب، وبخاصة حين تكون الأعداد غير مألوفة، أو عندما تتضمن كسوراً.
- إغفال التحقق من معقولية الناتج بصرياً؛ فلا يُراجع الطلبة موضع الناتج على خطِّ الأعداد بالنسبة إلى قيمة كلٍّ من P و Q؛ ما أدَّى إلى الخطأ في اختيار الخيار الصحيح بالرغم من صحة عملية الضرب.

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في كيفية قراءة خطِّ الأعداد قراءة دقيقة، وتحديد القيم المُرتبطة بالأحرف، والتركيز على اتجاه العدِّ والتدرُّج الثابت في المسافات.

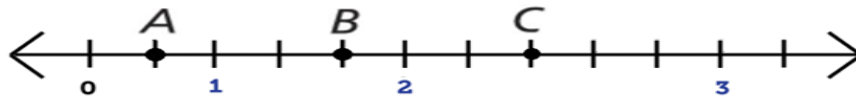
مثال 1:

حدِّد العدد الذي يُمثِّله كل نقطة على خطِّ الأعداد الآتي، ثمَّ جدِّ قيمة $P \times Q$.



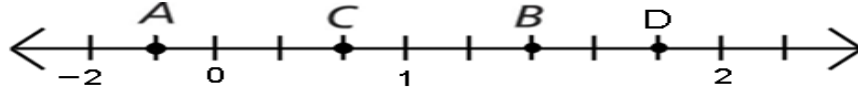
مثال 2:

حدِّد القيمة التي يُمثِّلها كل حرف على خطِّ الأعداد الآتي.



- توفير أنشطة تربط بين مواقع النقاط على خطّ الأعداد والقيم الرقمية المُقابِلة لها، والعكس.
مثال 3:

بناءً على خطّ الأعداد الآتي، أجب عن السؤالين التاليين:



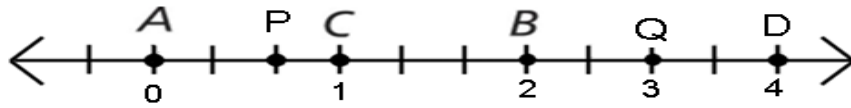
(1) ما العدد الذي تُمثّله كلٌّ من النقطة A والنقطة B؟

(2) ما الحرف الذي يُمثّل العدد $\frac{9}{5}$ ؟

- ربط العمليات الحسابية بالتمثيل البصري على خطّ الأعداد.

مثال 4:

Q و P عدنان على خطّ الأعداد الآتي:



أيّ الأحرف على خطّ الأعداد يُمثّل $P \times Q$ ؟

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثمّ الطلب إلى أفراد كل مجموعة استخدام أوراق عمل تحتوي على خطوط أعداد مُدرّجة؛ لتحديد مواقع أعداد معطاة، أو تمثيل رموز (مثل P و Q) في أماكنها الصحيحة على خطّ الأعداد.
- حلّ تمارين تفاعلية على اللوح، تتضمن رسم خطّ أعداد غير منتظم، ثمّ الطلب إلى أفراد كل مجموعة تحديد النقاط المُمثّلة للأعداد، ثمّ إيجاد ناتج الضرب بين هذه القيم، وتفسير سبب وضع الناتج في موقعه على خطّ الأعداد.
- توظيف بطاقات تعليمية تتضمن رموزاً وأعداداً، ثمّ الطلب إلى أفراد كل مجموعة المطابقة بين الرموز وقيمها العددية على خطّ الأعداد، ثمّ إجراء عمليات حسابية، مثل $P \times Q$ ، ثمّ مناقشة النتائج بصرياً وعددياً.
- تعيين واجب بيتي يتضمن خطوط أعداد مخفية جزئياً أو غير متساوية في التدرج، وفيه يُطلَب إلى الطلبة تحديد القيم بدقّة، ثمّ إجراء العمليات المطلوبة عليها؛ ما يُعزّز مهاراتهم في التقدير العددي والتخيل المكاني.

حلّ أسئلة المُقترحات العلاجية:

مثال 1:

$$Q = 2, P = 5, P \times Q = 10$$

مثال 2:

$$A = \frac{1}{2} \quad B = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} \quad , C = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

مثال 3:

$$1) \quad A = -1, B = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

2) D

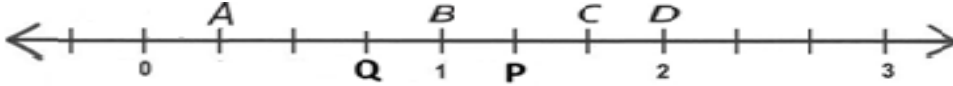
مثال 4: الحرف B.

أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

(1) إذا كانت النقطة P تمثل العدد 2، والنقطة Q تمثل العدد 4.5، فما العدد الذي يمثله $Q \times P$ ؟

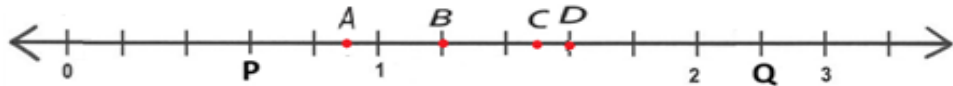
(2) إذا كانت النقطة P تمثل العدد $\frac{5}{4}$ ، والنقطة Q تمثل العدد $\frac{1}{2}$ ، فما العدد الذي يمثله $Q \times P$ ؟

(3) P و Q عدنان على خط الأعداد الآتي:



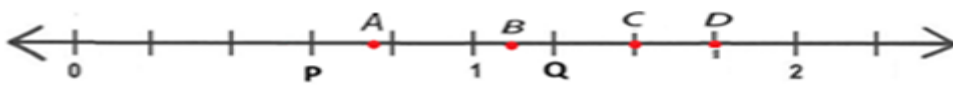
أي الأحرف يمثله $Q \times P$ ؟

(4) P و Q عدنان على خط الأعداد الآتي:



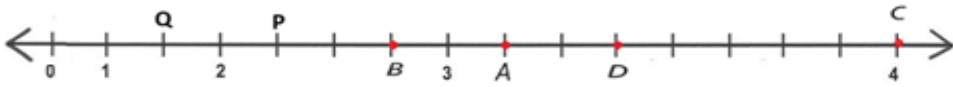
أي الأحرف الآتية يمثله $Q \times P$ ؟

(5) P و Q عدنان على خط الأعداد الآتي:



أي الأحرف يمثله $Q \times P$ ؟

(6) P و Q عدنان على خط الأعداد الآتي:



أي الأحرف يمثله $P \times Q$ ؟

الإجابات:

1	2	3	4	5	6
9	$\frac{5}{8}$	B	C	A	D

الجبر

الفقرات التي تقع ضمن مستوى المعرفة (Knowledge)

يحتوي هذا المستوى على سؤالين سُمِحَ بالاطِّلاع عليهما، إضافةً إلى أسئلةٍ مُشابهةٍ لهما، تتعلَّق بالمستويات الدنيا من مستويات المعرفة في تصنيف بلوم، وتتطلَّب استرجاعاً وفهماً لحقائق مُرتبطة بإيجاد قيمة عددية لمقدار جبري بعد التعويض عن مُتغيِّراته، وإجراء عملية الجمع للمقادير الجبرية.

السؤال الأول:

يتناول السؤال مهارة أساسية في التعويض العددي ضمن المقادير الجبرية التي تحوي أكثر من مُتغيِّر، وفيه يُطلَّب إلى الطلبة تعويض القيم المعطاة لكلٍّ من a و b في المقدار: $3a + 5b$ ، ثمَّ إجراء العمليات الحسابية وفق ترتيبها الصحيح (الضرب أولاً ثمَّ الجمع).
يتطلَّب حلُّ هذا السؤال فهماً صحيحاً لطبيعة المُتغيِّرات، وبخاصة عند التعامل مع أعداد سالبة، وقدرة على تنظيم العمليات الحسابية لإيجاد الناتج الصحيح.
يُعدُّ هذا النوع من الأسئلة تدريباً مهماً على المفاهيم الجبرية المُبكرة، يتعيَّن فيه على الطلبة إدخال الناتج في خانة مُخصَّصة.

الموضوع: المقادير والعمليات والمعادلات.

العمليات العقلية: الحساب، التعرف.

جد قيمة العبارة

$$3a + 5b$$

إذا كان $a = 5$ و $b = -4$.

الإجابة:

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 28.5%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المُشاركة 49.4%؛ ما يعني أنَّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المُتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المُشاركة. أمَّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مُشاركة فبلغت 86.9%.

طريقة حلِّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

(1) ما المقدار الجبري الذي يراد إيجاد قيمته؟ $3a + 5b$.

(2) ما القيم المعطاة للمُتغيِّرات؟ $a = 5$ ، و $b = -4$.

(3) ما الخطوة الأولى من خطوات الحل؟

تعويض القيم في المقدار الجبري: $3a + 5b = 3(5) + 5(-4)$.

(4) ما قيمة المقدار العددي الناتج من التعويض في المقدار الجبري؟ -5 .

ملحوظة: يستطيع الطلبة إجراء هذه العمليات ذهنيًا، أو باستخدام القلم والورقة، أو الآلة الحاسبة المتوافرة في برمجية الاختبار، والتأكد من التعويض الصحيح وترتيب العمليات الحسابية.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في مهارة التعويض المباشر داخل المقادير الجبرية، وبخاصة عند وجود أكثر من متغير؛ ما أدى إلى ارتباك في ترتيب القيم.
- الخلط بين المتغيرات عند التعويض، كأن يُعوض الطالب قيمة المتغير a في مكان b أو العكس؛ ما يُغير من الناتج.
- عدم فهم أولويات العمليات الحسابية، مثل: إجراء عملية الجمع قبل عملية الضرب، والخلط في ترتيب العمليات داخل المقدار.
- حدوث أخطاء في التعامل مع الإشارات، وبخاصة عند ضرب أعداد سالبة؛ ما أدى إلى تغيير غير مقصود في الإشارة النهائية.
- التسرع في الحل الذهني من دون كتابة الخطوات اللازمة؛ ما أدى إلى فقدان الدقة، وعدم اكتشاف الأخطاء أثناء عملية التحقق.
- الاستهانة بتركيب السؤال وبنية المقدار الجبري بسبب مظهره البسيط، وعدم إدراك أن ترتيب العمليات والتعويض بدقة هما أساس الإجابة الصحيحة.

المقترحات العلاجية:

- تدريب الطلبة على التعويض في مقادير جبرية بسيطة (أحادية، أو ثنائية المتغير)؛ لتحسين مهارة التعويض، وفهم مكان كل متغير، والتمييز بين الرموز.

مثال 1:

جد قيمة: $2x + 3$ عندما $x = 4$.

مثال 2:

جد قيمة: $3a + 2b$ عندما $a = 1, b = 3$.

- تعزيز فهم أولويات العمليات الحسابية داخل المقدار الجبري؛ لمساعدة الطلبة على تنفيذ خطوات الضرب قبل الجمع أو الطرح بشكل صحيح.

مثال 3:

جد قيمة: $5a + 2$ عندما $a = -3$.

مثال 4:

جد قيمة: $6 + 2b$ عندما $b = -2$.

- تنمية مهارة التعامل مع الإشارات السالبة والموجبة عند التعويض؛ لتجنب الأخطاء الناتجة من ضرب أعداد ذات إشارات مختلفة أو جمعها.

مثال 5:

جد قيمة: $-2a + 6b$ عندما $a = -3, b = 0$.

مثال 6:

جد قيمة: $-5a - 2b$ عندما $a = -1, b = -2$.

- ربط مهارة التعويض الجبري بسياقات حياتية مألوفة؛ لتوضيح معنى المقدار الجبري في مواقف يومية، وزيادة الفهم الوظيفي للرموز.

مثال 7:

تبلغ تكلفة تأجير دراجة نارية 3 JD لكل ساعة، إضافةً إلى رسوم ثابتة قدرها 2 JD:

(1) اكتب مقداراً جبرياً يمثل تكلفة استئجار الدراجة مدة x ساعة.

(2) استخدم هذا المقدار لإيجاد تكلفة استئجار الدراجة مدة 4 ساعات.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية)، والتركيز على تعويض القيم الصحيحة في المقادير الجبرية المتعددة المتغيرات، ثم تدوين خطوات الحلّ بشكل منظم.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في الفرق بين الترتيب الصحيح للعمليات الحسابية والأخطاء الشائعة، وبخاصة عند التعامل مع الأعداد السالبة، وبيان أهمية التنظيم والكتابة الخطية للحلّ.
- تنفيذ أنشطة تصحيحية، يُعرض فيها تعويض خطأ، أو ترتيب غير صحيح للعمليات، ثم الطلب إلى أفراد كل مجموعة تحليل الخطأ وتصحيحه وتبرير الإجابة؛ ما ينمي مهارات التفكير التحليلي والتبرير الرياضي لديهم.
- دمج السياقات الواقعية من حياة الطالب اليومية (مثل: التسوق، وحساب الوقت، وتقييم التكاليف) في مسائل تحوي مقادير جبرية، ثم حلّها شفهيّاً أو كتابياً، بهدف نقل المفهوم من المجرد إلى الواقعي، وتعزيز مهارة التعويض المفاهيمي.
- طرح أسئلة مشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيّاً أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجباً بيتيّاً؛ على أن تتدرج هذه الأسئلة من النوع المباشر إلى النوع الذي يتطلب تأملاً في ترتيب العمليات أو التعامل مع الأعداد السالبة، فضلاً عن تحفيز الطلبة إلى كتابة كل خطوة بوضوح، والتحقّق منها، وعدم الاكتفاء فقط بذكر الإجابة النهائية.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

$$x = 4$$

$$2(4) + 3 = 8 + 3 = 11$$

مثال 2:

$$a = 1, b = 3$$

$$3(1) + 2(3) = 3 + 6 = 9$$

مثال 3:

$$a = -3$$

$$5(-3) + 2 = -15 + 2 = -13$$

مثال 4:

$$b = -2$$

$$6 + 2(-2) = 6 - 4 = 2$$

مثال 5:

$$a = -3, b = 0$$

$$-2(-3) + 6(0) = 6 + 0 = 6$$

مثال 6:

$$a = -1, b = -2$$

$$-5(-1) - 2(-2) = 5 + 4 = 9$$

مثال 7:

(a) المقدار الجبري للتكلفة:

$$3(x) + 2$$

(b) بتعويض $x = 4h$:

$$3(4) + 2 = 12 + 2 = 14$$

أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

جد قيمة كل مقدار جبري عند القيم المعطاة في ما يأتي:

1) $m + 2n$, $m = 0$, $n = 4$

2) $6a - b$, $a = -1$, $b = -5$

3) $2x + 4y$, $x = 3$, $y = -2$

4) $x - 2y + 5$, $x = -2$, $y = -4$

5) $-4a + 6b$, $a = 2$, $b = -1$

6) $5x + 2y$, $x = -3$, $y = 0$

7) $x^2 + 3y - z$, $x = -2$, $y = 4$, $z = 6$

الإجابات:

1	2	3	4	5	6	7
8	-1	-2	11	-14	-15	10

السؤال الثاني:

يتناول السؤال مهارة تبسيط مقدار جبري يتكوّن من مجموع مقدارين بدلالة المتغير x والمتغير y ، وذلك عن طريق تجميع الحدود المتشابهة ومراعاة الإشارات. يتطلب حلّ هذا السؤال فهماً لتركيب العبارات الجبرية، وإجادة للمهارات الإجرائية في الجمع الجبري، وبخاصة عند التعامل مع المعاملات الموجبة والسالبة. يعدّ هذا النوع من الأسئلة من المهارات الأساسية في الجبر، وهو يهدف إلى تعزيز الدقّة في تنظيم العمليات الرمزية وتبسيطها، ويُعرض بصيغة الإجابة المفتوحة القصيرة.

الموضوع: المقادير والعمليات والمعادلات.

العمليات العقلية: الحساب، التعرف.

$$A = 2x - 3y + 2$$

$$B = -3x - y - 2$$

ما قيمة $A + B$ بدلالة x و y ؟

اكتب إجابتك بأبسط شكل ممكن.

الإجابة:

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 6.4%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 24.0%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُقارب ربع نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 66.9%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعلّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- (1) ما المعطى في السؤال؟ مقداران جبريان: $A = 2x - 3y + 2$ ، $B = -3x - y - 2$.
 - (2) ما المطلوب في السؤال؟ إيجاد $A + B$ بدلالة x و y في أبسط صورة.
 - (3) ما الخطوة الأولى من خطوات الحلّ؟ كتابة $A + B$ بالتعويض عن كلٍّ من A و B .
 - (4) ما الخطوة التالية؟ تبسيط $A+B$ إلى أبسط صورة بجمع الحدود المتشابهة.
- $$A + B = (2x - 3y + 2) + (-3x - y - 2)$$
- $$A + B = -x - 4y$$

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في التمييز بين الحدود المتشابهة والحدود غير المتشابهة؛ ما أدى إلى محاولات غير صحيحة لجمع حدود غير متجانسة، مثل $2x$ مع $-y$.
- الصعوبة في التعامل مع الإشارات السالبة، وبخاصة عند جمع (أو طرح) حدود معاملاتها السالبة؛ ما أفضى إلى حدوث أخطاء شائعة في الحساب.
- الارتباك في تنظيم الحدود وترتيبها داخل المقادير الجبرية؛ نتيجة لعدم تفكيك المقدارين بشكل صحيح قبل عملية الجمع؛ ما أدى إلى فقدان بعض الحدود أو تكرارها.
- الخلط بين مهارة التبسيط الجبري والتعويض العددي؛ إذ اعتقد بعض الطلبة أن عليهم إيجاد قيمة عددية نهائية بدلاً من كتابة المقدار في أبسط صورة بدلالة المتغيرات.

المقترحات العلاجية:

- مراجعة الطلبة في مفهوم الحد الجبري، وتمييز المتغيرات المتشابهة؛ لتعزيز فهم الطالب ما يعنيه تشابه الحدود، وتمييز الحدود التي يمكن جمعها من تلك التي لا يمكن جمعها.

مثال 1:

حدد الحدود المتشابهة في ما يأتي:

$$2x, -3x, 5y, -y$$

مثال 2:

هل يمكن جمع $4x$ و $2y$ ؟ برّر إجابتك.

- تدريب الطلبة على تبسيط مقادير جبرية تنتج من جمع (أو طرح) مقدارين جبريين أو أكثر، وتتضمن حدوداً جبرية معاملاتها سالبة.

مثال 3:

اكتب المقدار: $(x - 5) + (-3x + 2)$ في أبسط صورة.

مثال 4:

اكتب المقدار: $(-x + y - 2) + (2x - 3y + 4)$ في أبسط صورة.

- دمج الحدود المتشابهة، وترتيب الناتج تبعاً للمتغيرات؛ لتدريب الطلبة على إعادة كتابة الناتج في صورة مبسطة ومنظمة.

مثال 5:

اكتب المقدار: $4x + 3y - x - 2y$ في أبسط صورة.

مثال 6:

اكتب المقدار: $-2x + 5 + 3x - 1$ في أبسط صورة.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المُقترحات العلاجية) التي تتضمن تمييز الحدود المُتشابهة، وفكّ الأقواس، وتبسيط المقادير؛ والتركيز أثناء ذلك على تنظيم الحلّ ومراعاة الإشارات.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات التبسيط، وبيان الفروق بين تبسيط المقدار والتعويض العددي.
- تنفيذ أنشطة تدريبية فردية تتضمن مقادير جبرية مُتنوعة من حيث عدد الحدود ونوع الإشارات، بهدف تعزيز قدرة الطلبة على التبسيط الصحيح.
- طرح أسئلة مُشابهة على الطلبة، ثم مناقشتهم فيها شفهيّاً أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجباً بيتيّاً؛ على أن تتناول مهارات التبسيط الجبري، فضلاً عن تحفيز الطلبة إلى كتابة كل خطوة بوضوح، ومراجعة النواتج بدلالة المُتغيّرات فقط من دون تعويض عددي.

حلّ أسئلة المُقترحات العلاجية:

مثال 1:

يكون الحدّان مُتشابهين إذا كان لهما المُتغيّر نفسه $(2x و -3x)$ ، و $5y و -y$ مُتشابهان.

مثال 2:

لا، لا يُمكن جمعهما جبريّاً؛ لأنّهما غير مُتشابهين.

مثال 3:

$$\begin{array}{l} \text{المقدار الأصلي} \\ (-3x + 2) + (x - 5) \\ \text{بتجميع الحدود المُتشابهة (الخاصية التجميعية)} \\ (-3x + x) + (2 - 5) \\ \text{بالتبسيط} \\ -2x - 3 \end{array}$$

مثال 4:

$$\begin{array}{l} \text{المقدار الأصلي} \\ (2x - 3y + 4) + (-x + y - 2) \\ \text{بتجميع الحدود المُتشابهة (الخاصية التجميعية)} \\ (2x - x) + (y - 3y) + (4 - 2) \\ \text{بالتبسيط} \\ x - 2y + 2 \end{array}$$

مثال 5:

$$\begin{aligned} & 4x + 3y - x - 2y \\ & (4x - x) + (3y - 2y) \\ & 3x + y \end{aligned}$$

المقدار الأصلي
بتجميع الحدود المتشابهة (الخاصية التجميعية)
بالتبسيط

مثال 6:

$$\begin{aligned} & -2x + 5 + 3x - 1 \\ & (-2x + 3x) + (5 - 1) \\ & x + 4 \end{aligned}$$

المقدار الأصلي
بتجميع الحدود المتشابهة (الخاصية التجميعية)
بالتبسيط

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

- (1) إذا كان: $A = 3x + 2y - 4$, $B = -x + y + 6$ ، فما قيمة $A + B$ ؟
- (2) إذا كان: $A = 5x - y$, $B = 2x + 3y$ ، فجد $A - B$ في أبسط صورة.
- (3) إذا كان: $A = 4x - 3y + 1$, $B = -2x + y - 5$ ، فما ناتج $A + B$ ؟
- (4) إذا كان: $A = 6x + y$, $B = -3x - 2y$ ، فما ناتج $A + B$ ؟
- (5) إذا كان: $A = 2x + 4y$, $B = x - y$ ، فجد $A - B$ في أبسط صورة.
- (6) إذا كان: $A = x^2 + xy$, $B = -2xy$ ، فجد $A + B$.
- (7) إذا كان: $A = 2(x + y) - 3(x - y)$, $B = 4x - 2y$ ، فجد $A + B$.

الإجابات:

1	2	3	4	5	6	7
$2x + 3y + 2$	$3x - 4y$	$2x - 2y - 4$	$3x - y$	$x + 5y$	$x^2 - xy$	$3x + 3y$

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)

يحتوي هذا المستوى على ثلاثة أسئلة سُمح بالاطلاع عليها، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لها، تتعلّق بمستوى التطبيق في تصنيف بلوم، وتتطلّب استخدام المعلومات والقواعد والأساليب الرياضية التي تعلّمها الطلبة في مواقف جديدة ذات صلة بإيجاد ارتفاع جُرف من قاعدة معطاة، وحلّ معادلتين خطيتين آنياً، واستنتاج قاعدة أحد الأنماط.

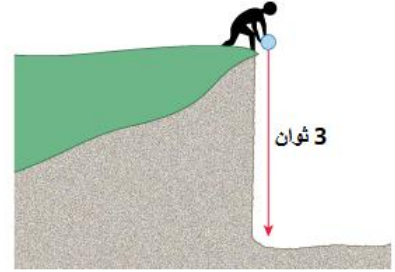
السؤال الأول:

يعرض السؤال موقفاً واقعياً مُستمدّاً من ظاهرة السقوط الحرّ، وفيه يُطلّب إلى الطلبة استخدام علاقة رياضية تربيعية لإيجاد الارتفاع التقريبي لجُرف بناءً على زمن سقوط الكرة، حيث تُعطى العلاقة الرياضية بصيغة: $h = 5t^2$. كذلك يتعيّن على الطلبة تعويض قيمة الزمن t ، ثمّ إيجاد الناتج. يتطلّب حلّ هذا السؤال فهماً لمعادلات الحركة المستقيمة تحت تأثير الجاذبية، والتعامل مع الأسّ التربيعي والضرب، وهو من نوع الاختيار من مُتعدد، ويهدف إلى الربط بين المفاهيم الرياضية والتطبيقات الحياتية في الفيزياء.

الموضوع: المقادير والعمليات والمعادلات.

العمليات العقلية: التنفيذ، التطبيق.

تستغرق الكرة 3 ثوانٍ للوصول إلى الأرض بعد رميها من قمة الجرف.



يُمكن حساب الارتفاع (h) التقريبي للجرف بالأمتار من خلال:

$$h = 5t^2$$

حيث أنّ t ترمز لعدد الثواني التي تحتاجها كرة للوصول إلى الأرض بعد رميها من قمة الجرف. ما الارتفاع التقريبي للجرف؟

(A) 15 مترًا

(B) 30 مترًا

(C) 45 مترًا

(D) 225 مترًا

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 31.4%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 34.6%؛ ما يعني أنَّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 66.6%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

(1) ما القانون المُستخدم في إيجاد الارتفاع؟ $h = 5t^2$.

(2) ما القيمة المعطاة للزمن t ؟ 3 ثوانٍ.

(3) كيف يُمكن إيجاد الارتفاع التقريبي للجرف؟

بتعويض $t=3$ ، $h = 5(3)^2 = 45$.

إذن، الإجابة الصحيحة هي: C.

ملحوظة: يستطيع الطلبة إجراء هذه الحسابات ذهنياً، أو باستخدام القلم والورقة، أو الآلة الحاسبة المُتوافرة في برمجية الاختبار، ثم نقر رمز الإجابة الصحيحة.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في فهم طبيعة العلاقة التربيعية، والصعوبة في تمييز الفرق بين العلاقات الخطية والعلاقات غير الخطية عند توظيفها في مواقف عديدة واقعية.
- عدم وضوح الربط بين الرموز الجبرية والمعنى الفيزيائي لها، مثل: تفسير t بوصفه زمناً، وتفسير h بوصفه ارتفاعاً؛ ما أربك الطلبة عند تطبيق المعادلة.
- القصور في إدراك تأثير الزمن في التغير في الارتفاع؛ نتيجة الضعف في التخيل الكمي أو التخيل الحركي لمفهوم السقوط الحر.
- حدوث أخطاء في التعويض أو الحساب، مثل نسيان تربيع الزمن، أو الخطأ في ضرب الناتج في المعامل؛ نتيجة الضعف في المهارات الحسابية، أو التسرع في تنفيذ الخطوات.

المُقرَّحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في خصائص العلاقات الجبرية التي تحمل مُتغيراتها الأس 2، والفرق بينها وبين العلاقات الخطية، والتركيز على كيفية تغيير القيم، وعدم ثبات مُعدل التغير في العلاقات الجبرية التي تحمل مُتغيراتها الأس 2.

مثال 1:

جد قيمة كل مما يأتي:

a) 5×2^2 b) 5×0^2 c) 5×4^2 d) 5×3.5^2 e) 5×3^2

- تدريب الطلبة على التعويض في قوانين رياضية بسيطة تتضمن التربيع، بوصف ذلك تمهيداً لتطبيقها في سياقات واقعية.

مثال 2:

جد قيمة h عند القيم المعطاة في ما يأتي:

a) $h = 5t^2$, $t = 5$

b) $h = 5t^2$, $t = 2.4$

- ربط القانون بسياقات واقعية مألوفة، تتعلق بالحركة الرأسية أو السقوط الحر.

مثال 3:

- استخدم العلاقة التي وردت في سؤال تيمس (TIMSS) لإيجاد ارتفاع جسم (بالأمتار) في كل من الحالتين الآتيتين:
- a) سقوط الجسم مدة 4 ثوانٍ.
- b) سقوط الجسم مدة 1.6 ثانية.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقرَّحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المُقرَّحات العلاجية) التي تتضمن التعويض في العلاقات التربيعية، وفهم العلاقة بين الزمن والارتفاع، ثم التحقق من صحة الحل باستخدام الآلة الحاسبة.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحل، والتركيز على كيفية استخدام التربيع والضرب، وتفسير المعاني الواقعية للزمن والارتفاع في سياق السقوط الحر.
- طرح أسئلة مُشابهة في مواقف حياتية (مثل: سقوط الأجسام، وإيجاد زمن الارتطام)، بهدف تعزيز فهم الطلبة للعلاقات غير الخطية، وربط المفاهيم الرياضية بتجارب واقعية.

– طرح أسئلة مُشابهة على الطلبة، ثمّ مناقشتهم فيها شفهيّاً أثناء الحصّة، أو حلّها بوصفها واجباً بيتيّاً؛ على أن تتضمن مسائل تطبيقية على العلاقات التربيعية، فضلاً عن تحفيز الطلبة إلى توضيح خطوات التعويض، وبيان أهمية العلاقة بين الزمن والارتفاع في كل موقف.

حلّ أسئلة المُقرّحات العلاجية.

مثال 1:

a) 20 b) 0 c) 80 d) 61.25 e) 45

مثال 2:

a) 125 b) 28.8

مثال 3:

a) 80 m b) 12.8 m

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

في الأسئلة من 1 إلى 8، استخدم القانون: $h = 5t^2$ لإيجاد قيمة الارتفاع h عند الزمن t (بالثواني):

#	الزمن (ثانية)	العملية	الخيارات			
1	4	5×16	A) 40	B) 60	C) 80	D) 100
2	2.5	5×6.25	A) 31.25	B) 3	C) 50	D) 62.5
3	1.5	5×2.25	A) 1	B) 11.25	C) 15	D) 7.5
4	6	5×36	A) 150	B) 210	C) 200	D) 180
5	2	5×4	A) 15	B) 10	C) 20	D) 25
6	0.5	5×0.25	A) 0.5	B) 1.25	C) 2.5	D) 3
7	7	5×49	A) 245	B) 240	C) 250	D) 255
8	1	5×1	A) 3	B) 10	C) 8	D) 5

1) يُمكن إيجاد الارتفاع التقريبي لجسم سقط من علوّ باستخدام العلاقة: $h = 5t^2$ ، حيث t الزمن (بالثواني)، و h الارتفاع (بالمتر). أيّ العبارات الآتية غير مُمكنة؟

- (A) إذا استغرق الجسم 0 ثانية، فإنّ الارتفاع صفر.
 (B) إذا استغرق الجسم ثانيتين، فإنّ الارتفاع 20 متراً.
 (C) إذا استغرق الجسم 3 ثوانٍ، فإنّ الارتفاع 45 متراً.
 (D) إذا استغرق الجسم 4 ثوانٍ، فإنّ الارتفاع 60 متراً.

الإجابات:

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	B	D	C	B	A	D

9) الإجابة الصحيحة هي: D؛ لأنّ $5 \times 4^2 = 5 \times 16 = 80$ ، وليس 60. ولهذا، فإنّ العبارة غير صحيحة.

السؤال الثاني:

يتناول السؤال مهارة حلّ نظام مُكوّن من معادلتين خطيتين بمتغيرين، وذلك بإيجاد القيم التي تُحقّق المعادلتين في آنٍ معاً. وقد طُلِبَ إلى الطلبة استخدام إحدى الطريقتين الآتيتين: التعويض أو الحذف، ثمّ إجراء العمليات الحسابية بدقّة لإيجاد قيمة كلٍّ من x و y .
يتطلّب حلّ هذا السؤال فهماً للعلاقات الجبرية، وتطبيقاً منظماً للخطوات اللازمة لحلّ النظام، وقد عُرِضَ بصيغة الإجابة المفتوحة القصيرة.

الموضوع: المقادير والعمليات والمعادلات.

العمليات العقلية: التنفيذ، التطبيق.

$$3x + 4y = 13$$

$$2x - y = 5$$

ما قيمتا x و y اللتان تجعلان من كلتا المعادلتين صحيحتين.

$$x = \boxed{}$$

$$y = \boxed{}$$

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 13.3%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 36.7%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُقارب ثلث نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 69.5%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

(1) ما النظام المعطى من المعادلتين؟

(1) $3x + 4y = 13$

(2) $2x - y = 5$

(2) ما الخطوة الأولى من خطوات الحل؟ اختيار طريقة الحل ولتكن الحذف.

(3) ما الخطوة الثانية من خطوات الحل؟ تحديد المتغير الذي سنتخلص منه وليكن y . نضرب المعادلة

الثانية في 4 ثم نجمع المعادلتين

$$3x + 4y = 13 \quad (\text{المعادلة الأولى})$$

$$+ \quad 8x - 4y = 20 \quad (\text{المعادلة الثانية بعد عملية الضرب})$$

$$11x + 0y = 33$$

(4) ما المعادلة الناتجة من عملية الجمع؟ $11x = 33$.

(5) ما حل هذه المعادلة؟ $x = 3$.

(6) ما الخطوة التالية؟

تعويض قيمة $x = 3$ في إحدى المعادلتين لإيجاد y ، واستخدام المعادلة الثانية:

$$2x - y = 5 \Rightarrow 2(3) - y = 5 \Rightarrow 6 - y = 5 \Rightarrow y = 1$$

إذن، القيم التي تحقق المعادلتين معاً هي: $y = 1$ ، و $x = 3$.

ملحوظة: يمكن للطلبة حل النظام باستخدام طريقة التعويض، ويُصحّ المعلم أن يحفزهم إلى التحقق من الحل بالتعويض في كلتا المعادلتين؛ للتأكد أن الإجابة صحيحة.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الاختيار غير المناسب لطريقة الحل (التعويض، أو الحذف)؛ ما أدى إلى إجراء خطوات حسابية أطول زادت من احتمال الوقوع في الخطأ.
- حدوث أخطاء مفاهيمية عند تنفيذ خطوات الحل، مثل: عدم ضرب كلا طرفي المعادلة في العدد نفسه، ونسيان توزيع الإشارات بشكل صحيح.
- الصعوبة في تبسيط الحدود الجبرية (سواء في عملية الجمع، أو في عملية الطرح) أثناء تنفيذ طريقة الحذف، أو عند حل المعادلة الناتجة.
- الضعف في المهارات الحسابية الأساسية، مثل: عدم القدرة على التعامل مع الإشارات السالبة، وعدم إجراء العمليات على المعاملات العددية بدقة.
- عدم التحقق من الحل بالتعويض في كلتا المعادلتين؛ ما أدى إلى قبول بعض الطلبة إجابة غير صحيحة من دون التحقق من صحتها.

المقترحات العلاجية:

- تعزيز فهم الطلبة التمثيل الجبري للمعادلات الخطية بمتغيرين.

مثال 1:

$$\text{ما المتغيرات في المعادلة الآتية: } 4x + 3y = 10?$$

مثال 2:

هل تعد المعادلة: $x + 2 = y^2$ معادلة خطية بمتغيرين؟ برّر إجابتك.

- تدريب الطلبة على استخدام طريقتي الحذف والتعويض بشكل منظم؛ لتطوير المهارة الخاصة باختيار أنسب طريقة لحلّ نظام مُكوّن من معادلتين؛ توفيراً للوقت، وتجنباً للأخطاء.

مثال 3:

حلّ كلّ ممّا يأتي باستخدام طريقة الحذف:

$$x + y = 7$$

$$x - y = 1$$

مثال 4:

حلّ كلّ ممّا يأتي باستخدام طريقة التعويض:

$$y = 2x - 1$$

$$x + y = 5$$

- تحسين المهارات الحسابية المرتبطة بجمع المعادلات وطرحها؛ لضمان إكمال خطوات الحذف أو خطوات التبسيط بشكل صحيح، وبخاصة عند التعامل مع الإشارات السالبة.

مثال 5:

اجمع المعادلتين الآتيتين، ثمّ جدّ قيمة y :

$$2x + y = 5, \quad -2x + 3y = 3$$

مثال 6:

اطرح المعادلتين الآتيتين، ثمّ جدّ قيمة x :

$$5x + y = 10, \quad 3x + y = 4$$

- تدريب الطلبة على التحقق من الحلّ بالتعويض في المعادلتين الأصليتين؛ لتأكيد صحة النتائج، وتنشيط عملية الفهم بأنّ الحلّ الصحيح يُحقّق كلتا المعادلتين معاً.

مثال 7:

تحقّق ممّا إذا كان الزوج المرتّب (2, 1) حلاً للنظام في ما يأتي:

$$3x + 4y = 11$$

$$x - y = -1$$

مثال 8:

تحقّق ممّا إذا كان الزوج المرتّب (3, 2) حلاً للنظام في ما يأتي:

$$x + 2y = 8, \quad 2x - y = 1$$

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- عرض نماذج مبسّطة على اللوح لحلّ نظام مُكوّن من معادلتين خطيتين باستخدام طريقتي الحذف والتعويض، إضافةً إلى بيان خطوات كلّ منهما، ومناقشة متى تكون إحداها أنسب بحسب شكل المعادلتين، مع الإشارة إلى الأخطاء الشائعة، مثل: حذف خاطئ للمتغير، والتبسيط غير الدقيق.
- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثمّ توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية) التي تتضمن أنظمة المعادلات الخطية، وذلك

باستخدام استراتيجيات مُتنوّعة (مثل: الحذف، والتعويض، والتعويض العددي في المعادلات الخطية)، ثمّ التحقّق من صحة الحلّ باستخدام التمثيل البياني أو الآلة الحاسبة.

– دمج أنشطة تحقّق بعد كل تمرين، ثمّ الطلب إلى أفراد كل مجموعة مراجعة الحلّ بالتعويض، أو التمثيل البياني، أو الرجوع إلى السياق الواقعي؛ ما يُعزّز مهارات التحقّق الذاتي والتحليل النقدي لديهم.

– طرح مسائل تطبيقية مألوفة للطلبة في الحياة اليومية (مثل: التكلفة، والتذاكر، والسقوط الحرّ، الخ...)، تتطلّب الترجمة إلى علاقات أو أنظمة معادلات؛ ما يساعد الطلبة على تعزيز المعنى الوظيفي للنماذج الرياضية، وربطها بالتفكير الواقعي.

– تخصيص أنشطة كتابية أو مهام إثرائية بيتية، تتضمن معادلات أو علاقات ناقصة، ثمّ الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة إكمالها أو تصحيحها؛ ما يُعزّز لديهم مهارات التفكير العكسي، ويرسّخ فهمهم لبنية العلاقات الجبرية والروابط بين المتغيّرات.

حلّ أسئلة المُقرّحات العلاجية:

مثال 1:

المتغيّران هما: x و y .

مثال 2:

لا؛ لأنّ y مرفوع إلى الأسّ 2.

مثال 3:

بجمع المعادلتين: $2x = 8 \Rightarrow x = 4$.

بتعويض $x = 4$: $4 + y = 7 \Rightarrow y = 3$.

الإجابة هي: $x = 4$, $y = 3$.

مثال 4:

بتعويض $y = 2x - 1$ في المعادلة الثانية:

$$x + (2x - 1) = 5 \Rightarrow 3x - 1 = 5 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

بتعويض $x = 2$ في المعادلة الأولى:

$$y = 2(2) - 1 = 3$$

الإجابة هي: $x = 2$, $y = 3$.

مثال 5:

$$(2x - 2x) + (y + 3y) = 5 + 3$$

$$4y = 8 \Rightarrow y = 2$$

مثال 6:

$$(5x + y) - (3x + y) = 10 - 4$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

مثال 7:

أعوّض $x = 1, y = 2$ في المعادلة الأولى: $3(1) + 4(2) = 3 + 8 = 11$ ✓
 أعوّض في المعادلة الثانية: $1 - 2 = -1$ ✓
 النتيجة: الزوج المرتب $(1, 2)$ حلّ للنظام.

مثال 8:

أعوّض $x = 2, y = 3$ في المعادلة الأولى: $2 + 2(3) = 2 + 6 = 8$ ✓
 أعوّض في المعادلة الثانية: $2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$ ✓
 النتيجة: الزوج المرتب $(2, 3)$ حلّ للنظام.

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

- (1) حلّ النظام الآتي: $2x + 3y = 12, x - y = 1$.
- (2) جدّ قيم x وقيم y التي تُحقّق النظام الآتي: $4x - y = 7, 2x + y = 5$.
- (3) حلّ النظام الآتي: $x + 2y = 10, 3x - y = 2$.
- (4) حلّ النظام الآتي: $5x + 2y = -2, 3x - 5y = 5$.
- (5) جدّ قيم x وقيم y التي تُحقّق النظام الآتي: $x + y = 3, 2x + y = 0$.
- (6) هل الزوج المرتب $(2, 1)$ حلّ للنظام الآتي: $x + y = 3, 2x - y = 3$ ؟
- (7) هل الزوج المرتب $(1, 4)$ يجعل المعادلتين الآتيتين صحيحتين:

$$3x + y = 7, x - y = -3?$$

الإجابات:

1	2	3	4	5	6	7
$x = 3, y = 2$	$x = 2, y = 1$	$x = 2, y = 4$	$x = 0, y = -1$	$x = -3, y = 6$	نعم	نعم

السؤال الثالث:

يراد من السؤال تعرّف نمط بصري عددي مُكوّن من أشكال مُثلّثة تحوي مُثلّثات صغيرة، تزداد أعدادها تدريجياً بإضافة صف جديد منها في كل مرّة. وقد طُلِبَ إلى الطلبة في الفرع (A) من السؤال تحليل العلاقة بين رقم الشكل وعدد المُثلّثات الصغيرة المُكوّنة له، ثمّ استخدام هذه العلاقة في اكتشاف القاعدة العددية التي تحكّم النمط، ثمّ إكمال الجدول بإيجاد عدد المُثلّثات في الشكل العاشر.

يعتمد الحلّ في هذا الفرع على استنتاج القاعدة، ثمّ تطبيقها بشكل عددي دقيق. أمّا الفرع (B) من السؤال فيركّز على تعميم النمط العددي المُستنتج من التمثيل البصري للأشكال المُثلّثة، وذلك بإيجاد علاقة جبرية تُمكن الطلبة من حساب عدد المُثلّثات الصغيرة في الشكل n .

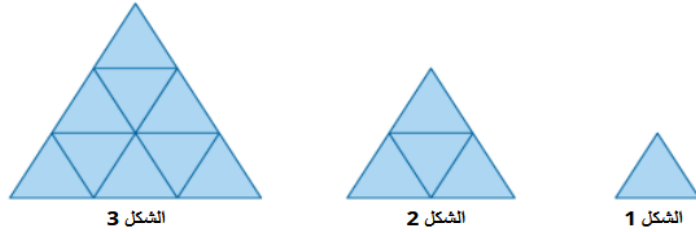
يعتمد الحلّ في هذا الفرع على صياغة قاعدة رياضية تقوم على ملاحظة نمط التزايد المنتظم في عدد المُثلّثات من شكل إلى آخر، ثمّ التعبير عن هذا النمط باستخدام مُتغيّرات؛ ما يُعزّز لدى الطلبة مهارات التعميم الرياضي، ويتيح لهم استخدام الرموز في التعبير عن العلاقات العددية.

الموضوع: العلاقات والاقتراءات.

العمليات العقلية: التمثيل، التطبيق.

هذه أوّل ثلاثة أشكال في نمط.

يُصنع الشكل التالي بإضافة صفّ جديد من المُثلّثات إلى أسفل الشكل الذي يسبقه.



A. أكمل جدول الشكل 10.

الشكل	1	2	3	4	10
عدد المُثلّثات الصغيرة	1	4	9	16	

B. اكتب قاعدة لإيجاد عدد المُثلّثات الصغيرة في الشكل n .

الإجابة:

أداء الطلبة في السؤال:

يتكوّن هذا السؤال من فرعين، وقد كان أداء الطلبة في كل فرع كما يأتي:

- الفرع (A): بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا الفرع %38.1، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن الفرع نفسه من جميع الدول المشاركة %44.8؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة

الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 70.1%.

- الفرع (B): بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا الفرع 21.7%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن الفرع نفسه من جميع الدول المشاركة 32.1%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 61.6%.

طريقة حل السؤال:

- الفرع (A):
يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:
(1) كم مُثلثاً صغيراً في الشكل 1؟ 1
(2) كم مُثلثاً صغيراً في الشكل 2؟ 4
(3) كم مُثلثاً صغيراً في الشكل 3؟ 9
(4) أُنعم النظر في الجدول. هل توجد علاقة بين رقم الشكل وعدد المُثلثات الصغيرة فيه؟ نعم، عدد المُثلثات الصغيرة هو مربع رقم الشكل
(5) ما العدد الذي يجب أن يُقابل 10 في الجدول؟ 100
- الفرع (B):
بناءً على تحليل البيانات في الفرع (A)، فإن إجابة الفرع (B) هي: n^2 .

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في فهم مفهوم النمط العددي وكيفية استمراره؛ ما جعل الطلبة يركّزون على أعداد المُثلثات الصغيرة الظاهرة من دون ملاحظة العلاقة المنظمة بين رقم الشكل وعدد المُثلثات الصغيرة فيه.
- الصعوبة في الربط بين رقم الشكل وعدد المُثلثات الصغيرة فيه؛ نظراً إلى عدم وضوح العلاقة في البداية، أو عدم قدرة الطلبة على التعبير عنها بوصفها قاعدة عددية.
- عدم القدرة على تعميم القاعدة العددية على حدود جديدة في النمط (مثل الشكل العاشر)؛ إما بسبب الضعف في الحسابات، وإما لعدم التأكد من صحة القاعدة المُستنتجة.
- الصعوبة في التعبير الجبري عن النمط؛ إذ طُلِبَ إلى الطلبة تحويل العلاقة العددية إلى صيغة جبرية عامة تمثل قاعدة النمط.

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفهوم النمط العددي، وذكر أمثلة توضيحية عليه.
مثال:

ادرس النمطين الآتيين، ثم أجب عن السؤالين التاليين:

الجدول 1:

رقم الحد	1	2	3	4	5	6	8	20
قيمة الحد	2	4	6	8				

الجدول 2:

رقم الحد	1	2	3	4	5	6	8	20
قيمة الحد	3	5	7	9				

(a) اكتب قاعدة النمط بالكلمات، ثم املأ الفراغ بما هو مناسب في الجدول.

(b) اكتب القاعدة الجبرية للنمط بدلالة n .

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ سؤالي المثال الوارد في بند (المُقترحات العلاجية) الذي يتضمن اكتشاف قاعدة النمط العددي، وتطبيقها على حدود جديدة، ثم تعميمها للشكل n .
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات التعميم، والقاعدة العددية، والقاعدة الجبرية المُستنتجة.
- الطلب إلى أفراد كل مجموعة إنشاء جداول لأنماط جديدة، وكتابة أسئلة مشابهة، ثم تبادلها مع أفراد المجموعات الأخرى؛ لحلّها، وتحليل القاعدة المُستنتجة.
- تعيين واجب بيتي شبيه بالمثال، ينصّ على صياغة قاعدة النمط بالكلمات، وتطبيقها على حدود غير مرئية، وكتابتها على شكل علاقة جبرية، مثل n^2 .

حلّ أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال:

الجدول 1:

(a) لاحظ أن قيمة الحد هي مثلاً رقم الحد.

رقم الحد	1	2	3	4	5	6	8	20
قيمة الحد	2	4	6	8	10	12	16	40

(b) قيمة الحد تساوي مثلي رقم الحد، والقاعدة الجبرية هي: $2n$

الجدول 2:

(a) لاحظ أن قيمة الحد تزيد 1 على مثلي رقم الحد.

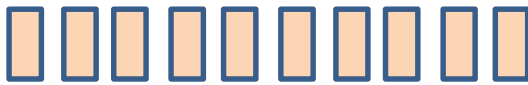
رقم الحد	1	2	3	4	5	6	8	20
قيمة الحد	3	5	7	9	11	13	17	41

(b) قيمة الحد تزيد 1 على مثلي رقم الحد، والقاعدة الجبرية هي: $2n + 1$

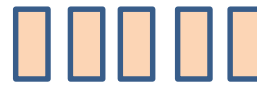
أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

(1) هذه أول 3 أشكال في نمط.

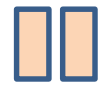
يُصنع الشكل التالي بإضافة عدد جديد من المستطيلات.



الشكل 3



الشكل 2



الشكل 1

(a) أكمل جدول الشكل 10.

الشكل	1	2	3	4	10
عدد المستطيلات	2	5	10	17	

(b) اكتب قاعدة لإيجاد عدد المستطيلات في الشكل n.

(2) هذه أول 3 أشكال في نمط.

يُصنع الشكل التالي بإضافة عدد جديد من الدوائر.



الشكل 3



الشكل 2



الشكل 1

(a) أكمل جدول الشكل 10.

الشكل	1	2	3	4	10
عدد الدوائر	2	5	8	11	

(b) اكتب قاعدة لإيجاد عدد الدوائر في الشكل n.

(3) هذه أول 5 أشكال في نمط.

يُصنع الشكل التالي بإضافة عدد جديد من النقاط.



الشكل 5



الشكل 4



الشكل 3



الشكل 2



الشكل 1

(a) أكمل جدول الشكل 10.

الشكل	1	2	3	4	5	10
عدد النقاط	1	3	6	10	15	

(b) اكتب قاعدة لإيجاد عدد النقاط في الشكل n .

الإجابات:

(1)

(a) 101؛ لأن عدد المستطيلات يزيد 1 على مربع رقم الشكل.

(b) القاعدة الجبرية هي: $n^2 + 1$.

(2)

(a) 29؛ لأن عدد الدوائر ينقص 1 عن ثلاثة أمثال رقم الشكل.

(b) القاعدة الجبرية هي: $3n - 1$.

(3)

(a) 55؛ لأن عدد النقاط يساوي رقم الحد ضرب الرقم الذي يليه مقسوماً على 2.

(b) القاعدة الجبرية هي: $\frac{n(n+1)}{2}$.

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)

يحتوي هذا المستوى على ثلاثة أسئلة سُمح بالاطلاع عليها، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لها، تتعلق بمستوى التبرير الذي يُعدُّ أحد المستويات العليا في تصنيف بلوم، وهي تتطلب تقديم مبررات منطقية في سياق المسائل الرياضية، تتعلق بإيجاد قيمة مقدار جبري بعد التعويض عن متغيراته، وتبرير عدم كفاية الوقت المعطى لأداء مهمة والتعبير عنها جبرياً، واستنتاج قاعدة تربط بين قيم مُجدولة.

السؤال الأول:

يتناول السؤال مهارة التعامل مع المقادير الجبرية عن طريق التعويض العددي، وفيه يُطلب إلى الطلبة إيجاد قيمة مقدار جبري بعد إعطاء قيم معينة لمتغيراته. يتطلب حلُّ هذا السؤال فهماً لمبدأ التعويض في المقادير الجبرية، إضافةً إلى إجراء العمليات الحسابية الأساسية بدقّة، لا سيّما عند التعامل مع الأعداد الصحيحة، ومراعاة أولويات العمليات الحسابية. يُذكر أنَّ السؤال من نوع الاختيار من مُتعدّد، وهو يركّز على المهارات العددية والمهارات الجبرية في سياق مُنظّم.

الموضوع: المقادير والعمليات والمعادلات.

العمليات العقلية: الحساب، التبرير.

$$y = ab + f$$

أي الخيارات هي قيمة y إذا كانت $a = 10, b = 4, f = -2$ ؟

42 (A)

38 (B)

20 (C)

12 (D)

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 48.8%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 59.4%؛ ما يعني أنَّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 88.7%.

طريقة حلّ السؤال:

لحلّ هذا السؤال، يتعيّن على الطلبة تعويض قيم المتغيرات: $a = 10, b = 4, f = -2$ في المعادلة: $y = ab + f$ ، ثم إيجاد قيمة y شفويًا، أو باستخدام القلم والورقة، أو الآلة الحاسبة المتوافرة في برمجية الاختبار، ثم نقر رمز الإجابة الصحيحة.

$$y = (10)(4) + (-2) \\ = 40 - 2 = 38$$

ومن ثمّ، فإنّ الإجابة الصحيحة هي: (B) 38

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في مهارة التعويض العددي داخل المقادير الجبرية، وبخاصة عند وجود أكثر من متغير، أو وجود تداخل بين الرمز والعامل العددي؛ ما أدّى إلى تعويض غير دقيق، أو إغفال لأحد الرموز.
- حدوث أخطاء في إجراء العمليات الحسابية، وبخاصة عند التعامل مع الأعداد السالبة، أو تنفيذ أكثر من عملية داخل المقدار الجبري؛ إذ ظهرت صعوبات عدّة في التطبيق الدقيق لقواعد الإشارات والضرب والجمع.
- عدم الالتزام بأولوية العمليات الحسابية؛ إذ أجرى بعض الطلبة هذه العمليات وفق ترتيب غير صحيح، مثل تقديم عملية الجمع على عملية الضرب؛ ما أفضى إلى ناتج غير صحيح بالرغم من أنّ خطوات التعويض كانت صحيحة.
- التسرع في اختيار أحد الخيارات من دون مراجعة الخطوات الحسابية، أو الخلط بين الرموز والقيم، وبخاصة عند تشابه الخيارات العددية، إلى جانب غياب التحقق من منطقية الناتج، أو تقديره تقديرًا تقريبيًا قبل اختيار واحد من الخيارات المطروحة.

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في العمليات الحسابية على الأعداد الصحيحة، وأولويات العمليات الحسابية.
مثال 1:
جدّ قيمة كلٍّ مما يأتي:
 $5 - 8, 6 \times -2, -4 - 7, 12 \div (-3), 6(3 + 1) - 8$
- مناقشة الطلبة في أمثلة تتضمن إيجاد القيمة العددية لحدّ جبري بتعويض قيمة (قيم) مكان الرمز (الرموز) في الحدّ الجبري.
مثال 2:
جدّ قيمة y عند القيمة (القيم) المعطاة في ما يأتي:

a) $y = 4x, x = 2$

b) $y = 6ab, a = 4, b = 3$

- مناقشة الطلبة في أمثلة تتضمن إيجاد القيمة العددية لمقدار جبري بتعويض قيمة (قيم) مكان الرمز (الرموز) في المقدار الجبري.

مثال 3:

جد قيمة y عند القيمة (القيم) المعطاة في ما يأتي:

a) $y = 3x + d, x = 4, d = 1$

b) $y = 5ab + c, a = 2, b = 3, c = -7$

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية) التي تتضمن تعويض المتغيرات، والتعامل مع الأعداد السالبة، وتطبيق ترتيب العمليات، ثم التحقق من صحة الحل.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحل، والتركيز على أهمية ترتيب العمليات، وتجنب الأخطاء الشائعة في استخدام الإشارات أو تعويض القيم داخل المقادير الجبرية.
- طرح مقادير جبرية مشابهة بوصفها تمارين إضافية تحل داخل الصف أو تناقش شفهيًا، بما يتناسب مع احتياجات الطلبة ودرجة تمكنهم من المفهوم.
- تعيين واجب بيتي يتطلب إجراء تعويضات عديدة متنوعة في مقادير جبرية، وتضمن أعداد سالبة أو أكثر من عملية حسابية؛ لتدريب الطلبة على تنظيم العمل، وتطبيق أولويات العمليات بدقة.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

$$\begin{array}{lll} 5 - 8 = -3 & 6 \times -2 = -12 & -4 - 7 = -11 \\ 12 \div (-3) = -4 & 6(3 + 1) - 8 = 16 & \end{array}$$

مثال 2:

a) $x = 2, y = 4(2) = 8$
b) $a = 4, b = 3, y = 6(4)(3) = 72$

مثال 3:

a) $x = 4, d = 1, y = 3(4) + 1 = 13$
b) $a = 2, b = 3, c = -7, y = 5(2)(3) + (-7) = 23$

أُسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

في الأسئلة من 1 إلى 5، إذا كان: $y = ph + f$ ، فأَيُّ الخيارات الآتية هو قيمة y عند القيم المعطاة؟

1) $p = 5, h = 3, f = 2$

- A) 15 B) 17 C) 18 D) 20

2) $p = 7, h = 4, f = -1$

- A) 30 B) 29 C) 28 D) 27

3) $p = 10, h = 3, f = 0$

- A) 25 B) 27 C) 30 D) 33

4) $p = 6, h = -1, f = 10$

- A) 4 B) -4 C) 15 D) 16

5) $p = -4, h = 3, f = -2$

- A) 10 B) -10 C) 14 D) -14

الإجابات:

1	2	3	4	5
B	D	C	A	D

السؤال الثاني:

يعرض الفرع (A) من السؤال موقفاً واقعياً يتطلب من الطلبة تحليل استهلاك الوقت؛ لصنع عدد معين من نماذج الطائرات (A) و (B)، باستخدام معطيات زمنية مختلفة لصنع كل نموذج، ثم تفسير سبب عدم كفاية الوقت المتاح (50 دقيقة) لتنفيذ هذه المهمة؛ ما يبرز مدى قدرة الطلبة على تطبيق المهارات الجبرية؛ لفهم القيود الواقعية، وتبريرها عددياً.

أما الفرع (B) من السؤال فيعبر عن الموقف في الفرع (A) بمتباينة يمكن استخدامها في تعرف إمكانية صنع (A) من نموذج الطائرات (A)، وصنع (B) من نموذج الطائرات (B) في زمن أقصاه 50 دقيقة. وهذا السؤال هو من نوع الاختيار من متعدد.

الموضوع: المقادير والعمليات والمعادلات.

العمليات العقلية للفرع (A): الشرح، التبرير.

العمليات العقلية للفرع (B): التمثيل، التطبيق.

لدى عماد 50 دقيقة لصنع أكبر عدد ممكن من نماذج الطائرات.
يستغرق عماد 5 دقائق لصنع النموذج A و 3 دقائق لصنع النموذج B.

A. يُريد عماد صنع 5 طائرات من النموذج A و 10 طائرات من النموذج B.

اشرح السبب الذي يُبين أن الوقت لن يكون كافياً ليصنع عماد هذه النماذج.

B. ليكن الحرف A هو عدد طائرات النموذج A والحرف B هو عدد طائرات النموذج B التي يريد عماد صنعها.

ما المتباينة التي يمكن لعماد استخدامها ليعرف ما إذا كان لديه وقت كاف لصنع النماذج؟

$A + B \leq 50$ (A)

$A + B + 8 \leq 50$ (B)

$3A + 5B \leq 50$ (C)

$5A + 3B \leq 50$ (D)

أداء الطلبة في السؤال:

يتكوّن هذا السؤال من فرعين، وقد كان أداء الطلبة في كل فرع كما يأتي:

- الفرع (a): بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا الفرع 34.6%،

في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن الفرع نفسه من جميع الدول المشاركة

61.3%؛ ما يعني أنَّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 84.7%.

- الفرع (b): بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا الفرع 27.0%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن الفرع نفسه من جميع الدول المشاركة 40.6%؛ ما يعني أنَّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 70.9%.

طريقة حلّ السؤال:

- الفرع (A):

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- 1) كم يحتاج عماد من الوقت لصنع طائرة واحدة من النموذج (A)؟ 5 دقائق.
 - 2) كم يحتاج عماد من الوقت لصنع 5 طائرات؟ 25 دقيقة.
 - 3) كم يحتاج عماد من الوقت لصنع طائرة واحدة من النموذج (B)؟ 3 دقائق.
 - 4) كم يحتاج عماد من الوقت لصنع 10 طائرات؟ 30 دقيقة.
 - 5) كم يحتاج عماد من الوقت لصنع 5 طائرات من النموذج (A)، و 10 طائرات من النموذج (B)؟
 $55 = 30 + 25$ دقيقة.
- إذن، لا يستطيع عماد صنع 5 طائرات من النموذج (A)، و 10 طائرات من النموذج (B) في 50 دقيقة؛ لأنّه يحتاج إلى 55 دقيقة لصنعها.

الإجابة صحيحة هي العبارة السابقة، أو أيُّ عبارة أخرى مكافئة لها قد يكتبها الطالب.

- الفرع (B):

- لصنع (A) طائرة من النموذج (A)، يحتاج عماد إلى 5A دقيقة.
- لصنع (B) طائرة من النموذج (B)، يحتاج عماد إلى 3B دقيقة.
- لصنع هذا العدد من النموذجين، يحتاج عماد إلى $5A + 3B$ دقيقة.
- إذن، الوقت اللازم هو 50 دقيقة.

ومن ثمّ، فإنَّ الإجابة الصحيحة هي: (D) $5A + 3B \leq 50$

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في القدرة على التبرير العددي، مثل حساب الوقت المُستغرق في صنع النماذج المُقترحة ومقارنته بالزمن المتوافر؛ ما يحدُّ من قدرة الطلبة على تفسير سبب عدم كفاية الوقت المتاح.
- الاعتماد على الحدس من دون تحقُّق؛ بأنَّ يختار الطالب خياراً، أو يُسارع إلى تبرير ظنّي من دون حساب حقيقي للوقت الإجمالي، أو تحقُّق من تجاوزه للحدِّ المسموح به.

- الخلط في فهم مفهوم المتباينة، وبخاصة عند ترجمة العبارات اللفظية إلى مفادير جبرية؛ ما أدى إلى استخدام غير صحيح للرموز، مثل: $\geq$ ، و $\leq$ ، و $=$.
- صعوبة ترجمة المواقف الحياتية إلى تعابير رياضية تمثل القيود الواقعية، مثل: الوقت، والكمية؛ إذ لم يدرك الطالب أن الزمن الكلي الذي لا يتجاوز 50 دقيقة سيترجم إلى متباينة تمثل قيداً على عدد الطائرات التي يمكن صنعها من كل نموذج.
- عدم الانتباه إلى أن المعاملات المرتبطة بالمتغيرات (مثل: 3، و 5) تمثل زمناً؛ ما عوق قدرة الطلبة على كتابة المتباينة الصحيحة.

المُقترحات العلاجية:

- طرح أسئلة على حساب الزمن المُستغرق في صنع نماذج تُستخدم في الحياة اليومية.
مثال 1:
يحتاج نجار إلى 4 دقائق لصنع برّواز واحد من الحجم المُتوسط، وإلى 6 دقائق لصنع برّواز واحد من الحجم الكبير. إلى كم دقيقة يحتاج النجار لصنع 7 براويز من الحجم المُتوسط، و 5 براويز من الحجم الكبير؟
- مناقشة الطلبة في تعريف المتباينة، والرموز المُستخدمة فيها، والعبارات اللفظية المُكافئة لكل رمز.
مثال 2:
أنشئ متباينة تمثل كل عبارة مما يأتي:
(a) عدد أكبر من 12. (b) طولي لا يزيد على 165 cm.
(c) الحد الأدنى لرواتب الموظفين JD 300. (d) درجة حرارة اليوم تزيد على 24°C .
- ذكر أمثلة على مواقف حياتية، يتعين على الطلبة التعبير عنها بمتباينات جبرية.
مثال 3:
أنشئ متباينة تُعبر عن الموقف في كل مما يأتي:
(a) مثلاً عدد أضيف إليه 7، لا يقل عن 24.
(b) عدد الدونمات المزروعة، إضافةً إلى 4 دونمات، هو 20 دونماً على الأكثر.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المُقترحات العلاجية)، والتركيز على ترجمة العبارات اللفظية إلى متباينات جبرية، وتبرير المواقف عددياً.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحل والفرق بين صياغة المتباينة وتفسير معناها الواقعي.

- تحفيز أفراد كل مجموعة إلى صياغة سؤال جديد مُشابه للموقف الوارد (عدد النماذج، الزمن، القيود)، ثم تبادل السؤال مع أفراد المجموعات الأخرى، والعمل معاً على حلّه؛ ما يُنمّي مهارات التفكير البنائي والتفكير التحليلي لديهم.
- تنفيذ نشاط صفي تطبيقي يتضمّن حساب المُدة الكلية وفّق سيناريوهات مختلفة من أعداد النماذج، ومقارنة المُدة بالزمن المتاح؛ لتحديد صلاحية الخيارات.
- تعيين واجب بيتي يتضمّن مسائل حياتية مُشابهة (مثل: صنع بعض الأدوات، وتحديد عدد المهام التي يمكن أدائها خلال وقت مُعيّن)؛ لتعزيز ربط المفاهيم الرياضية بمواقف واقعية، وتنمية قدرة الطلبة على التعامل مع القيود.

حلُّ أسئلة المُقترحات العلاجية:

1- المتباينة: جملة رياضية تُقارن بين مقدارين، وتتضمّن أحد الرموز الآتية: $\geq$ ، $\leq$ ، $>$ ، $<$.
ملحوظة: يُخبر المُعلّم الطلبة أنّ لكل رمز من رموز المتباينات دلالات لفظية.

2- العبارات اللفظية الدالة على الرموز:

$\geq$: أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقلُّ عن.

$\leq$: أصغر من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على.

$>$: أكبر من، يزيد على.

$<$: أصغر من، يقلُّ عن.

مثال 1:

يحتاج النجار إلى 28 دقيقة لصنع 7 براويز من الحجم المُتوسّط، وإلى 30 دقيقة لصنع 5 براويز من الحجم الكبير.

مثال 2:

(a) بافتراض أنّ n مُمثّل للعدد، فإنّ المتباينة هي: $n > 12$.

(b) بافتراض أنّ h مُمثّل لطولي، فإنّ المتباينة هي: $h \leq 165$.

(c) بافتراض أنّ s مُمثّل الحد الأدنى للرواتب، فإنّ المتباينة هي: $s \geq 300$.

(d) بافتراض أنّ t مُمثّل لدرجة الحرارة اليوم، فإنّ المتباينة هي: $t > 24$.

مثال 3:

(a) بافتراض أنّ d مُمثّل للعدد، فإنّ المتباينة هي: $2d + 7 \geq 24$.

(b) بافتراض أنّ a مُمثّل لعدد الدونمات المزروعة، فإنّ المتباينة هي: $a + 4 \leq 20$.

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

- (1) لدى ناصر 90 دقيقة لصنع أكبر عدد ممكن من نماذج اللعب. يستغرق ناصر 6 دقائق في صنع النموذج (a)، و9 دقائق في صنع النموذج (b).
a) يريد ناصر صنع 8 نماذج من اللعبة (a)، و5 نماذج من اللعبة (b).
اشرح السبب الذي يبين أن الوقت لن يكون كافياً ليصنع ناصر هذه النماذج.
- (b) ليكن الحرف (a) عدد نماذج اللعبة (a)، والحرف (b) عدد نماذج اللعبة (b) التي يمكن لناصر صنعها. ما المتباينة التي يمكن لناصر استخدامها ليعرف إذا كان لديه وقت كافٍ لصنع النماذج؟
- A) $a + b \leq 90$
B) $6a + b \leq 90$
C) $6a + 9b \leq 90$
D) $a + 9b \leq 90$
- (2) يمكن لحسام تخزين فيديوهات في جهازه بحد أقصى مقداره 40 ميجابايت. يريد حسام تخزين أكبر عدد ممكن من الفيديوهات الكاملة.
لدى حسام نوعان من الفيديوهات؛ النوع (a) الذي يبلغ حجم الفيديو الواحد فيه 2 ميجابايت، والنوع (b) الذي يبلغ حجم الفيديو الواحد فيه 4 ميجابايت.
a) يريد حسام تخزين 9 فيديوهات من النوع (a)، و5 فيديوهات من النوع (b).
اشرح السبب الذي يبين أنه يمكن لحسام تخزين هذا العدد من الفيديوهات.
- (b) ليكن الحرف (a) عدد فيديوهات النوع (a)، والحرف (b) عدد فيديوهات النوع (b) التي يمكن لحسام تخزينها.
ما المتباينة التي يمكن لحسام استخدامها ليعرف إذا كان لديه حجم كافٍ للتخزين؟
- A) $a + b \leq 40$
B) $2a + 4b \leq 40$
C) $4a + 2b \leq 40$
D) $5a + b \leq 40$
- (3) يحتاج موظف في مكتبة إلى 100 دقيقة لتصميم أكبر عدد ممكن من بطاقات التهنئة. يستغرق هذا الموظف 7 دقائق في تصميم بطاقة تهنئة كبيرة، و4 دقائق في تصميم بطاقة تهنئة صغيرة:
a) يريد موظف المكتبة تصميم 8 بطاقات من النوع الكبير، و13 بطاقة من النوع الصغير.
اشرح السبب الذي يبين أنه لا يمكن لموظف المكتبة تصميم هذا العدد من البطاقات.

(b) ليكن الحرف (x) عدد بطاقات التهنة التي يُمكن تصميمها من النوع الكبير، والحرف (y) عدد بطاقات التهنة التي يُمكن تصميمها من النوع الصغير.

ما المتباينة التي يُمكن لموظف المكتبة استخدامها ليعرف إذا كان بإمكانه تصميم هذا العدد من بطاقات التهنة؟

A) $x + y \leq 100$

B) $7x + y \leq 100$

C) $x + 4y \leq 100$

D) $7x + 4y \leq 100$

(4) يريد مزارع وضع أكبر عدد ممكن من حبات التفاح والموز في سلة، بحيث لا تزيد كتلتها على 3 kg، علماً بأن كتلة التفاحة الواحدة 150 g، وكتلة الموزة الواحدة 120 g.

(a) يريد المزارع وضع 10 حبات من التفاح، و12 حبة من الموز في السلة.

اشرح السبب الذي يبين أنه يُمكن للمزارع وضع هذا العدد من حبات التفاح والموز في سلة واحدة.

(b) ليكن الحرف (u) عدد حبات التفاح، والحرف (w) عدد حبات الموز التي يُمكن وضعها في سلة واحدة. ما المتباينة التي يُمكن للمزارع استخدامها ليعرف إذا كان بإمكانه وضع هذا العدد من حبات التفاح والموز في السلة؟

A) $150u + 120w \leq 3000$

B) $u + w \leq 3000$

C) $150u + w \leq 3000$

D) $u + 120w \leq 3000$

الإجابات:

(1) الإجابة الصحيحة:

(a) يحتاج ناصر إلى 48 دقيقة لصنع 8 نماذج من اللعبة (a)، وإلى 45 دقيقة لصنع 5 نماذج من اللعبة (b). يحتاج ناصر إلى 93 دقيقة لصنع العدد المطلوب من نماذج اللعبتين. وهذا يزيد 3 دقائق على الوقت المتاح.

(b) $6a + 9b \leq 90$

(2) الإجابة الصحيحة:

(a) يحتاج حسام إلى 18 ميجابايت لتخزين 9 فيديوهات من النوع (a)، وإلى 20 ميجابايت لتخزين 5 فيديوهات من النوع (b).

يحتاج حسام إلى 38 ميجابايت لتخزين عدد الفيديوهات المطلوب من كلا النوعين. وهذا أقل من الحجم المتاح (40 ميجابايت).

(b) $2a + 4b \leq 40$

(3) الإجابة الصحيحة:

(a) يحتاج موظف المكتبة إلى 56 دقيقة لتصميم 8 بطاقات تهنة من النوع الكبير، وإلى 52 دقيقة لتصميم 13 بطاقة من النوع الصغير.

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 4.6%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 18.4%؛ ما يعني أنَّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُقارب ربع نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 56.5%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- (1) ما المطلوب في السؤال؟ البحث عن علاقة بين المتغير x والمتغير y .
 - (2) ما العلاقة بين x و y ؟ كل قيمة y ناتجة من ضرب x في العدد الذي يليه.
 - (3) ما العلاقة الجبرية بين x و y ؟ $y = x(x + 1)$
- ملحوظة: يُمكن للطلبة التحقق من صحة القاعدة عن طريق تعويض قيم x من الجدول في القاعدة $y = x(x + 1)$ ، والتأكد من تطابق النتيجة مع قيم y .

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الاستنتاج غير الصحيح للقاعدة الرياضية؛ إذ تسرّع بعض الطلبة في وضع قاعدة غير صحيحة، مثل: $y = x + 1$ ، و $y = 2x$ ، من دون التحقق من انطباقها على جميع الأزواج في الجدول.
- صعوبة تحويل النمط إلى علاقة جبرية صحيحة؛ فحتّى بعد ملاحظة الطلبة للعلاقة العددية بين القيم، فإنّ بعضهم واجه صعوبة في التعبير عنها بصيغة جبرية دقيقة باستخدام المتغير x .
- الاعتماد على زوج واحد من القيم؛ فبدلاً من التحقق من القاعدة باستخدام أكثر من قيمة، بنى بعض الطلبة القاعدة استناداً إلى زوج واحد فقط من القيم؛ ما أدّى إلى إصدارهم تعميماً غير صحيح.

المُقترحات العلاجية:

- تنمية مهارة فحص العلاقة بين قيم x وقيم y عن طريق ملاحظة الأنماط العددية.
- مثال 1:

ما قاعدة العلاقة بين x و y ؟

x	1	2	3	4	5
y	$2 \times 1 + 1$	$2 \times 2 + 1$	$2 \times 3 + 1$	$2 \times 4 + 1$	$2 \times 5 + 1$
y	3	5	7	9	11

مثال 2:

إذا كان: $y = x(x + 3)$ ، فاملأ الفراغ في الجدول الآتي عند قيم x المعطاة.

x	1	2	3	4	5
y					

- تدريب الطلبة على تحديد ما إذا كانت الأزواج المرتبة تحقق قاعدةً معطاة.

مثال 3:

أحوط في ما يأتي الزوج المرتب أو الأزواج المرتبة التي تُحقق القاعدة: $y = x^2$:

- A) (1, 1) B) (3, 6) C) (2, 4) D) (4, 8)

مثال 4:

أحوط في ما يأتي الزوج المرتب أو الأزواج المرتبة التي تُحقق القاعدة: $y = x(x + 2)$:

- A) (1, 3) B) (2, 7) C) (3, 15) D) (4, 24)

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية)، ثم مناقشة طريقتهم في استخراج القاعدة المناسبة من القيم المعطاة في الجدول.
- الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة تمثيل الأزواج المرتبة (x, y) في جداول، ثم تمثيلها في المستوى البياني (إن أمكن)؛ لتعزيز الفهم البصري لطبيعة العلاقة بين المتغيرين، ومناقشة كيف يمكن تمثيل القاعدة باستخدام مقدار جبري.
- منح أفراد المجموعات وقتاً كافياً للمقارنة بين العلاقات التي توصلوا إليها، وتحفيزهم إلى التأكد من صحة القاعدة المقترحة، عن طريق التحقق من جميع القيم، وعدم الاكتفاء فقط بزوج واحد.
- ذكر أمثلة عكسية تحوي قاعدة غير صحيحة جزئياً، ثم الطلب إلى أفراد المجموعات اكتشاف الخطأ وتصحيحه؛ ما ينمي لديهم مهارات التفكير التحليلي والتفكير الناقد.
- تعيين واجب بيتي يتضمن جداول غير مكتملة أو علاقات غير مؤكدة، وينص على استنتاج القاعدة والتحقق من صحتها؛ ما يعزز لدى الطلبة الفهم المفاهيمي، ودقة التمثيل الجبري.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

بانعام النظر في العلاقة بين قيم x وقيم y ، يمكن التوصل إلى العلاقة الآتية:

قيمة y تساوي 2 ضرب قيمة x ، ثم يضاف إلى الناتج 1. وبالرموز:

$$y = 2x + 1$$

مثال 2:

x	1	2	3	4	5
y	4	10	18	28	40

مثال 3:

$$4 = 2^2 \quad (c) \quad 1 = 1^2 \quad (a)$$

مثال 4:

$$3 = 1(1 + 2) \quad (a)$$

$$24 = 4(4 + 2) \quad (d)$$

أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

(1) أنشأ سامر الجدول الآتي:

x	1	2	3	4
y	4	7	10	13

ما القاعدة التي تمثل العلاقة بين x و y ؟

- A) $y = x + 3$ B) $y = 3x + 1$ C) $y = x^2 + 3$ D) $y = 2x + 2$

(2) يمثل الجدول الآتي علاقة بين x و y :

x	1	2	3	4
y	0	3	8	15

ما القاعدة التي تمثل العلاقة بين x و y ؟

- A) $y = x - 1$ B) $y = 2x - 1$ C) $y = x^2 + 1$ D) $y = x^2 - 1$

(3) أنشأ حازم الجدول الآتي:

x	2	3	4	5
y	6	12	20	30

ما القاعدة التي تمثل العلاقة بين x و y ؟

- A) $y = x(x + 2)$ B) $y = x(x + 3)$ C) $y = x(x + 1)$ D) $y = x(x + 4)$

(4) اعتماداً على الجدول الآتي:

x	1	2	3	4	5
y	1×3	2×4	3×5	4×6	5×7

ما القاعدة التي تمثل العلاقة بين x و y ؟

- A) $Y = X(X + 2)$ B) $Y = X(X + 1)$ C) $Y = X(X + 3)$ D) $Y = 3(X + 1)$

(5) يُبين الجدول الآتي العلاقة بين قيم x وقيم y :

x	1	2	3	4	5
y	1×0	2×1	3×2	4×3	5×4

ما القاعدة التي تعبر عن العلاقة بين x و y ؟

- A) $y = x(x + 1)$ B) $y = x(x - 1)$ C) $y = x(x^2 - 1)$ D) $y = x(x - 2)$

(6) أي الأزواج المرتبة الآتية يحقق العلاقة: $y = x(x + 5)$ ؟

- A) (1, 5) B) (2, 13) C) (3, 21) D) (4, 36)

(7) إذا كان: $y = x^2 + 2$ ، فاملأ الفراغ في الجدول الآتي بما هو مناسب:

x	1	2	3	4	5
y					

الإجابات:

1	2	3	4	5	6
B	D	C	A	B	D

7)

x	1	2	3	4	5
y	3	6	11	18	27

الهندسة و القياس

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)

يحتوي هذا المستوى على ثلاثة أسئلة سُمح بالاطلاع عليها، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لها، تتعلق بمستوى التطبيق في تصنيف بلوم، وتتطلب استخدام المعلومات والقواعد والأساليب الرياضية التي تعلّمها الطلبة في مواقف جديدة ذات صلة بإيجاد محيطات الأشكال الهندسية المنتظمة ومساحاتها، وتطبيق قواعد الانسحاب والتكبير في التحويلات الهندسية.

السؤال الأول:

يتضمن السؤال استخدام معطى يتعلّق بتساوي محيطي شكلين منتظمين: مُربع، وسداسي منتظم، بحيث يعطى طول ضلع السداسي المنتظم، ثم يُطلب إلى الطلبة إيجاد مساحة المُربع. يتطلب حلّ هذا السؤال إدراك أن المحيط متساوٍ في الشكلين؛ ما يقود الطلبة إلى إيجاد طول ضلع المُربع أولاً باستخدام المحيط، ثم استخدام هذا الطول في إيجاد المساحة. وهذا السؤال من نوع الاختيار من مُتعدد، وهو يتطلب من الطلبة توظيف مفاهيم أساسية في القياس (المحيط، والمساحة)، وتطبيق القوانين المناسبة لكل شكل.

الموضوع: الأشكال الهندسية والقياسات.

العمليات العقلية: التحديد، التطبيق.

للمستس المنتظم والمربع نفس المحيط.
يبلغ طول أضلاع السدس 8 cm.



ما مساحة المربع بـ cm^2 ؟

- (A) 144
- (B) 64
- (C) 48
- (D) 32

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 19.2%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 34.9%؛ ما يعني أن

نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 76.1%.

طريقة حل السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- (1) ما المعطى الأساسي في السؤال؟ سداسي منتظم ومُرَبَّع لهما المحيط نفسه، طول ضلع الشكل السداسي.
- (2) ما عدد أضلاع السداسي؟ 6.
- (3) ما محيط السداسي؟ 48 cm.
- (4) كم يبلغ محيط المُرَبَّع؟ 48 cm.
- (5) كم طول ضلع المُرَبَّع؟ 12 cm.
- (6) كيف تُحسَب مساحة المُرَبَّع؟ بتربيع طول ضلعه.
- (7) ما مساحة المُرَبَّع؟ 144 cm^2 .

إذن، الإجابة الصحيحة هي: (A) 144.

ملحوظة: يُمكن للطلبة إجراء هذه الخطوات باستخدام التفكير المنطقي والحسابات الأساسية، أو باستخدام الآلة الحاسبة المتوافرة في برمجية الاختبار، ثم نقر رمز الإجابة الصحيحة بناءً على المعطيات.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في فهم العلاقة بين المحيط وطول الضلع؛ إذ قد لا يدرك الطلبة أنه يُمكن إيجاد طول ضلع مُربَّع بقسمة محيطه على 4؛ ما يؤدي إلى نتائج غير دقيقة عند الانتقال إلى خطوة حساب المساحة.
- عدم الربط بين خصائص الأشكال المختلفة (المحيط، عدد الأضلاع، المساحة)، وبخاصة عند التعامل مع أشكال غير مألوفة نسبياً، مثل السداسي المنتظم؛ ما يؤدي إلى صعوبة في استخراج المعطيات وتحويلها إلى معلومات قابلة للحساب.
- القصور في التمثيل البصري أو إدراك العلاقات الهندسية، مثل حساب طول الضلع في أشكال منتظمة تختلف في عدد الأضلاع، وتتساوى في المحيط.
- حدوث أخطاء في الحسابات المرتبطة بالقسمة والتربيع؛ إما بسبب الضعف في المهارات الحسابية الأساسية، وإما بسبب التطبيق غير الصحيح لقانون المساحة، مثل ضرب الضلع في 4 بدلاً من تربيعه.
- الخلط بين مفهوم المحيط ومفهوم المساحة؛ فقد يعتقد بعض الطلبة خطأً أن المساحة تتعلق بجمع الأطوال، أو يطبقون قانون المحيط بدلاً من قانون المساحة دون تمييز بينهما.

المُقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في العلاقة بين المحيط وطول الضلع، والتمييز بين المحيط والمساحة، وبيان كيف يُحسب محيط الشكل المنتظم.
مثال 1:
ما محيط مُربّع، طول ضلعه 7 cm؟
مثال 2:
ما محيط سداسيٍّ منتظم، طول ضلعه 9 cm؟
مثال 3:
إذا كان محيط مُضلعٍ منتظم 48 cm، فما عدد أضلاعه، علماً بأن طول كل ضلع 6 cm؟
 - تدريب الطلبة على استخراج طول الضلع من المحيط، ثم استخدامه في إيجاد المساحة ضمن سياقاتٍ مُتنوعة.
مثال 4:
إذا كان محيط مُربّع 36 cm، فما طول ضلعه؟ وما مساحته؟
مثال 5:
إذا كان محيط مُربّع 28 cm، فما مساحته؟
 - ربط فكرة تساوي المحيطات بتفاوت المساحات، وبيان أن الشكّلين قد يتساويان في المحيط، لكنهما يختلفان في المساحة.
مثال 6:
مستطيل طوله 10 cm، وعرضه 2 cm، ومُربّع له المحيط نفسه. أيُّ الشكّلين مساحته أكبر؟
 - توجيه الطلبة إلى حلّ أمثلة تطبيقية مُشابهة ضمن مجموعات عمل غير مُتجانسة، إضافةً إلى توظيف الرسوم، وتعزيز استخدام القوانين المرتبطة بالمحيط والمساحة.
مثال 7:
سداسي منتظم، طول ضلعه 10 cm. جدّ مساحة المُربّع الذي محيطه يساوي محيط السداسي.
مثال 8:
إذا كان محيط سداسي منتظم 72 cm، فجدّ مساحة المُربّع الذي له المحيط نفسه.
- ### الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:
- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ عدد من أسئلة الأمثلة المُتنوعة في بند (المُقترحات العلاجية)، ثم التحقق من صحة الحلّ باستخدام بعض الأدوات، مثل: المسطرة، والآلة الحاسبة.
 - تحفيز أفراد المجموعات على رسم الأشكال المنتظمة، والتأكّد من صحة عدد الأضلاع ومعطيات المحيط أو الضلع.

- مناقشة أفراد المجموعات في الفرق بين المحيط والمساحة عن طريق الأمثلة الحسية، مثل المقارنة بين مُربّع وسداسي لهما المحيط نفسه؛ لبيان كيف يُؤثّر عدد الأضلاع في طول كل ضلع.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في الخطوات المفتاحية، مثل: إيجاد المحيط، وقسمة المحيط على عدد الأضلاع، والترتيب لإيجاد مساحة المُربّع، إضافةً إلى بيان الأخطاء الشائعة وتصحيحها.
- ربط موضوع الدرس بتجارب واقعية، أو سياقات حياتية مألوفة، مثل: تخطيط أرضية بمُربّعات، أو بناء شكل من وحدات سداسية، ثمّ الطلب إلى أفراد المجموعات إيجاد المساحة أو المحيط؛ ما يُعزّز لديهم المعنى الوظيفي للعمليات الهندسية.
- تعيين واجب بيتي يتضمّن مسائل لفظية وتمثيلات بصرية، يتدرّب فيها الطلبة على استخراج العلاقة بين المحيط وطول الضلع، وتطبيق قانون المساحة، إضافةً إلى تقديم سؤال عكسي يُطلب فيه من الطلبة إيجاد محيط الشكل بعد معرفة مساحته.

حلّ أسئلة المُقترحات العلاجية:

مثال 1:

القانون: (محيط المُربّع = طول الضلع $\times$ 4)
التعويض:

$$4 \times 7 = 28$$

إذن، محيط المُربّع هو: 28 cm.

مثال 2:

القانون: (محيط السداسي المنتظم = طول الضلع $\times$ 6)
التعويض:

$$6 \times 9 = 54$$

إذن، محيط السداسي المنتظم هو: 54 cm.

مثال 3:

القانون: (عدد الأضلاع = المحيط $\div$ طول الضلع)
التعويض:

$$48 \div 6 = 8$$

إذن، عدد أضلاع المُضلع المنتظم هو: 8 أضلاع.

مثال 4:

القانون: (طول الضلع = المحيط ÷ عدد الأضلاع)
التعويض:

$$36 \div 4 = 9$$

إذن، طول ضلع المربع هو: 9 cm.
مساحة المربع:

$$9 \times 9 = 81$$

إذن، مساحة المربع هي: 81 cm².

مثال 5:

الخطوة 1: إيجاد طول الضلع.

$$28 \div 4 = 7$$

الخطوة 2: إيجاد المساحة.

$$7 \times 7 = 49$$

إذن، مساحة المربع هي: 49 cm².

مثال 6:

الخطوة 1: إيجاد محيط المستطيل.

$$2 \times (10 + 2) = 24$$

الخطوة 2: إيجاد طول ضلع المربع.

$$24 \div 4 = 6$$

مساحة المستطيل: $10 \times 2 = 20$

مساحة المربع: $6 \times 6 = 36$

إذن، مساحة المربع أكبر.

مثال 7:

الخطوة 1: إيجاد محيط السداسي.

$$6 \times 10 = 60 \text{ cm}$$

الخطوة 2: إيجاد طول ضلع المربع.

$$60 \div 4 = 15 \text{ cm}$$

الخطوة 3: إيجاد مساحة المربع.

$$15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2$$

مثال 8:

الخطوة 1: إيجاد طول ضلع المربع.

$$72 \div 4 = 18$$

الخطوة 2: إيجاد مساحة المربع.

$$18 \times 18 = 324 \text{ cm}^2$$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

(1) مُربّع وسداسي منتظم لهما المحيط نفسه. إذا كان طول ضلع السداسي 4 cm، فما مساحة المُرَبَّع بالسنتيمتر المُرَبَّع؟
A) 16 B) 64 C) 49 D) 36

(2) محيط مُضَلَّع ثماني منتظم يساوي محيط مُربَّع. إذا كان طول ضلع المُضَلَّع الثماني 6 cm، فما طول ضلع المُرَبَّع بالسنتيمتر؟
A) 8 B) 10 C) 12 D) 14

(3) مُربّع ومُثلَّث مُتطابق الأضلاع، لهما المحيط نفسه. إذا كان طول ضلع المُثلَّث 12 cm، فما مساحة المُرَبَّع بالسنتيمتر المُرَبَّع؟
A) 81 B) 64 C) 49 D) 36

(4) إذا كان محيط مُربَّع وسداسي منتظم متساويين، وكان طول ضلع السداسي 14 cm، فكم يساوي طول ضلع المُرَبَّع بالسنتيمتر؟
A) 14 B) 21 C) 18 D) 20

(5) مُربّع ومُضَلَّع خماسي منتظم، لهما المحيط نفسه. إذا كان طول ضلع المُرَبَّع 10 cm، فما طول ضلع المُضَلَّع الخماسي بالسنتيمتر؟
A) 8 B) 7 C) 6 D) 9

(6) مُربّع وسداسي منتظم، لهما المحيط نفسه. إذا كان طول ضلع المُرَبَّع 6 cm، فما طول ضلع السداسي بالسنتيمتر؟
A) 2 B) 3 C) 5 D) 4

(7) مُربّع ومستطيل، لهما المحيط نفسه. إذا كانت أبعاد المستطيل هي 14 cm طولاً و 6 cm عرضاً، فما مساحة المُرَبَّع بالسنتيمتر المُرَبَّع؟
A) 64 B) 81 C) 100 D) 121

(8) مستطيل مساحته 128 cm^2 ، وطوله 16 cm. إذا وُجد مُربَّع له المحيط نفسه، فما مساحته بالسنتيمتر المُرَبَّع؟
A) 121 B) 144 C) 100 D) 169

الإجابات:

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	A	B	A	D	C	B

السؤال الثاني:

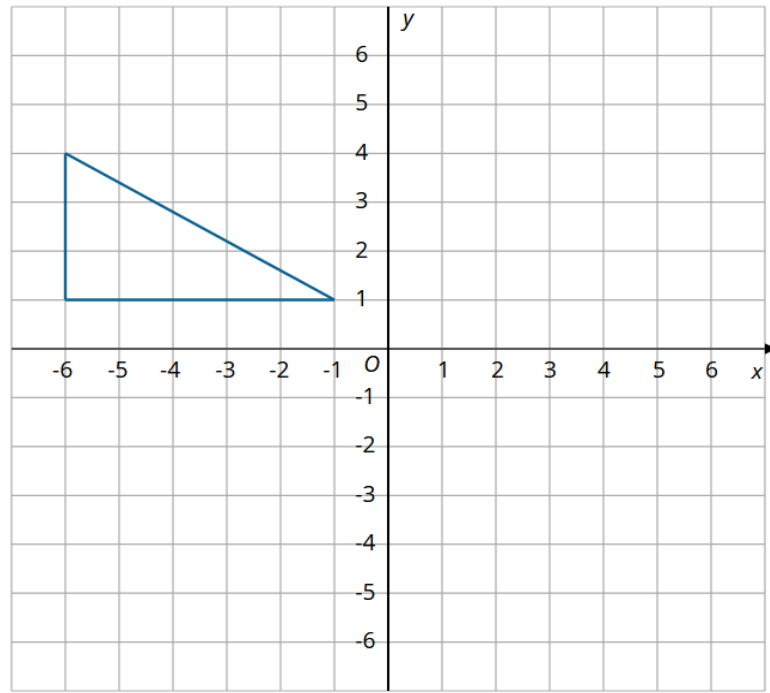
يتناول السؤال مفهوم الانسحاب بوصفه أحد التحويلات الهندسية على المستوى الإحداثي، ويتطلب حله من الطلبة فهماً لقواعد الانسحاب وكيفية تمثيل صورة الشكل الناتج بعد هذا التحويل على شبكة الإحداثيات، إضافةً إلى مراعاة الدقة في تتبع كل رأس من رؤوس الشكل، وتحريك هذه الرؤوس وفقاً للإزاحة المعطاة.

يساعد هذا النوع من الأسئلة على تعزيز المهارات البصرية والمهارات التحليلية في الربط بين الهندسة والتحويلات.

الموضوع: الأشكال الهندسية والقياسات.

العمليات العقلية: التنفيذ، التطبيق.

تريد نبيلة سحب المثلث على الشبكة أدناه. ولقد سحبته 3 وحدات يميناً و 4 وحدات للأسفل.
ارسم مثلث نبيلة بعد السحب.

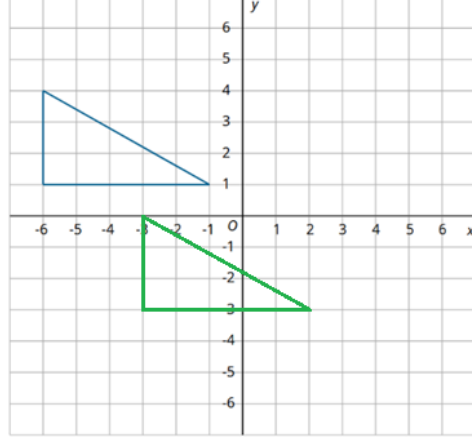


أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 3.2%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 25.1%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل بكثير من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 63.1%.

طريقة حلّ السؤال:

إنَّ سحب الشكل 3 وحدات إلى اليمين و 4 وحدات إلى الأسفل يعني جمع 3 وحدات للإحداثي x ، وطرح 4 وحدات من الإحداثي y لرؤوس المثلث. يبين الرسم مثلثًا باللون الأخضر، وهو يمثل مثلث نبيلة بعد عملية السحب.



المشكلات التي واجهها الطلبة:

- عدم استيعاب مفهوم الانسحاب بوصفه تحويلًا هندسيًا، وخلطه أحيانًا بتحويلات أخرى، مثل: الانعكاس، والتدوير.
- الضعف في التحديد الدقيق لاتّجاه الإزاحة، وبخاصة عند وجود إزاحة مزدوجة (أفقية، ورأسية)؛ ما أدّى إلى تحريك الشكل في اتجاه غير صحيح.
- الصعوبة في تطبيق قاعدة الانسحاب على جميع رؤوس المثلث بدقة في المستوى الإحداثي؛ ما أفضى إلى رسم شكل غير مطابق للصورة المتوقعة.
- التسرع في تمثيل الشكل من دون الرجوع إلى الإحداثيات الأصلية، أو النظر إلى كل نقطة على حدة؛ ما أدّى إلى حدوث أخطاء في موقع الصورة النهائي.

المقترحات العلاجية:

- تذكير الطلبة بمفهوم الانسحاب.
- تمثيل الانسحاب باستخدام أمثلة عملية مرئية.
- استخدام لوحة رسم بياني، أو استخدام بلاط الصف بوصفه لوحة رسم بياني؛ لتنفيذ انسحابات بحسب القواعد المعطاة.

مثال:

ABC مثلث، إحداثيات رؤوسه: $A(-1, 5), B(1, 2), C(4, 3)$. جدّ إحداثيات رؤوس هذا المثلث تحت تأثير انسحاب 4 وحدات إلى اليمين، و 3 وحدات إلى الأعلى.

$ABCD$ شكل رباعي، رؤوسه: $A(1, 1), B(2, 3), C(4, 2), D(3, -2)$. جد إحداثيات رؤوس هذا الشكل تحت تأثير انسحاب 5 وحدات إلى اليسار، ووحدين إلى الأسفل.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- تقديم نشاط تمهيدي باستخدام الحوار والمناقشة؛ لبيان مفهوم الانسحاب بوصفه تحويلاً هندسياً يحافظ على الشكل والقياسات، إضافةً إلى مقارنة الانسحاب بالتحويلات الأخرى (مثل: الانعكاس، والتدوير)؛ لبيان الفروق بينها.
- تنفيذ أنشطة عملية في الصف، تتضمن استخدام مربعات أرضية أو بلاطات مرئية، ثم الطلب إلى الطلبة تحريك أشكال ورقية ذات وحدات مُحَدَّدة في اتجاهات مختلفة (يمين، يسار، أعلى، أسفل)؛ ما يساعد على بناء فهم حسي ملموس للانسحاب واتجاهاته.
- الانتقال إلى التمثيل على المستوى الإحداثي، وذلك بتمثيل الأشكال الأصلية ورؤوسها، وتطبيق قاعدة انسحاب مُحَدَّدة على كل رأس، ثم رسم الشكل الناتج بعد الانسحاب، إلى جانب استخدام الألوان أو التظليل؛ للتمييز بين الشكل الأصلي وصورته.
- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى تنفيذ سلسلة من عمليات الإزاحة على أشكال متنوعة (مثلث، مربع، مضلع)، ثم مشاركة الحلول على اللوح، ومناقشة الأخطاء الشائعة، مثل: عكس الاتجاه، ونسيان تغيير أحد الإحداثيين.
- تعيين واجب بيتي يتضمن أشكالاً مرسومةً على شبكة إحداثية، وينصُّ على إجراء انسحابات مختلفة على الشبكة، وكتابة الإحداثيات الجديدة؛ ما يُعزز الدقة في العمل الفردي، ويدعم المهارات الإجرائية والتخيل المكاني.

حل أسئلة المُقترحات العلاجية:

- تذكير الطلبة بمفهوم الانسحاب.
- الانسحاب: انتقال الشكل من مكان إلى آخر من دون تغيير في شكله أو قياساته.
- تمثيل الانسحاب عملياً، بتحريك أحد الطلبة من مكانه إلى اليمين، أو إلى اليسار، أو إلى الأمام، أو إلى الخلف بحسب عدد البلاطات التي يُحدِّدها المُعلِّم. كذلك يُمكن تنفيذ هذه العملية بسحب الكرسي إلى الاتجاهات المذكورة آنفاً بناءً على قاعدة يذكرها المُعلِّم.

المثال:

(a) لتكن A', B', C' صور رؤوس المثلث ABC بعد إجراء الانسحاب.

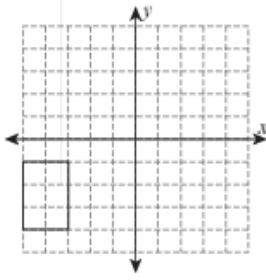
$$A'(3, 8), B'(5, 5), C'(8, 6)$$

(b) لتكن A', B', C', D' صور الشكل الرباعي $ABCD$ بعد إجراء الانسحاب.

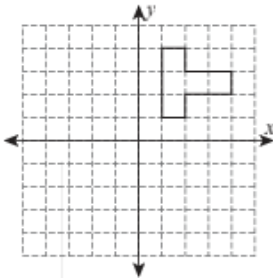
$$A'(-4, -1), B'(-3, 1), C'(-1, 0), D'(-2, -4)$$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

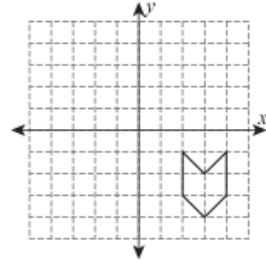
(1) ارسم صورة المستطيل باللون الأسود بعد سحبه 8 وحدات إلى اليمين، و6 وحدات إلى الأعلى.



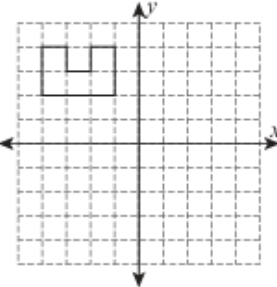
(2) ارسم صورة الشكل باللون الأسود بعد سحبه وحدتين إلى اليسار، و6 وحدات إلى الأسفل.



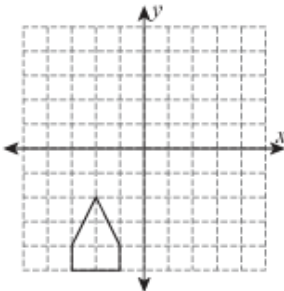
(3) ارسم صورة الشكل باللون الأسود بعد سحبه 6 وحدات إلى اليسار، و4 وحدات إلى الأعلى.



(4) ارسم صورة الشكل باللون الأسود بعد سحبه 4 وحدات إلى اليمين، و5 وحدات إلى الأسفل.

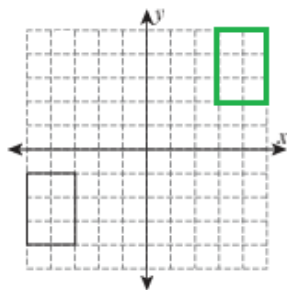


(5) ارسم صورة الشكل باللون الأسود بعد سحبه وحدة واحدة إلى اليمين، و5 وحدات إلى الأعلى.

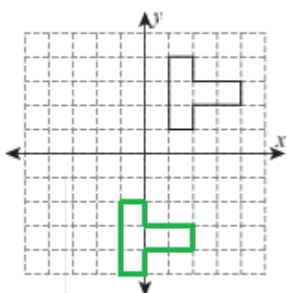


الإجابات:

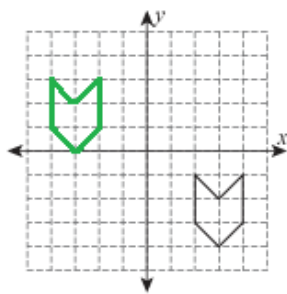
(1) المستطيل الأخضر هو صورة المستطيل باللون الأسود بعد الانسحاب.



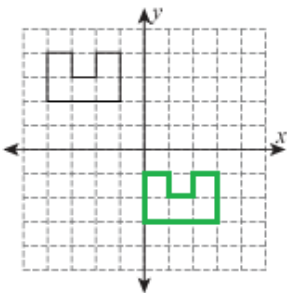
(2) الشكل باللون الأخضر هو صورة الشكل باللون الأسود بعد الانسحاب.



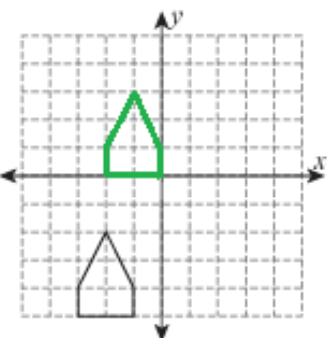
(3) الشكل باللون الأخضر هو صورة الشكل باللون الأسود بعد الانسحاب.



(4) الشكل باللون الأخضر هو صورة الشكل باللون الأسود بعد الانسحاب.



(5) الشكل باللون الأخضر هو صورة الشكل باللون الأسود بعد الانسحاب.



السؤال الثالث:

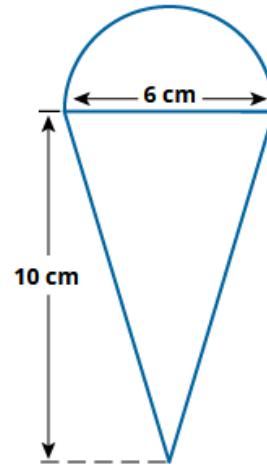
يعرض السؤال تطبيقاً عملياً لمفهوم التشابه والنسب في الأشكال الهندسية المركبة، وفيه يُطلب إلى الطلبة تحديد طول قطر نصف الدائرة في نسخة مكبرة من شعار يتكوّن من نصف دائرة تعلو مثلثاً متطابق الضلعين.

ورد في هذا السؤال أبعاد الشكل الأصلي، وطلب إلى الطلبة إيجاد البعد المكافئ في الشكل المكبر باستخدام معامل التشابه المستنتج من أطوال الأضلاع، ثم الإجابة عن السؤال بكتابة القطر الناتج في المكان المخصّص لذلك.

الموضوع: الأشكال الهندسية والقياسات.

العمليات العقلية: التمثيل، التطبيق.

تصميم شعار محل متلجات عبارة عن نصف دائرة فوق مثلث متساوي الساقين بالأبعاد المبينة أدناه.



يريد المحل أن يصنع نسخة أكبر من الشعار باستخدام مثلث مماثل بارتفاع 250 cm .

ما قطر نصف الدائرة في النسخة الكبيرة؟

الإجابة: cm

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 7.7%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 34.1%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُقارب ربع نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 67.8%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- (1) ما الفكرة الأساسية المُستخدمة لإيجاد البُعد المجهول؟
استخدام تشابه المُثلّثات، والنسبة بين الأبعاد في الشكل الأصلي والشكل المُكَبَّر.
- (2) ما المعطيات في الشكل الأصلي؟
- ارتفاع المُثلّث 10 cm.
- طول قُطر نصف الدائرة 6 cm.
- (3) ما المعطى في النسخة المُكَبَّرَة؟
ارتفاع المُثلّث المُكَبَّر 250 cm.
- (4) ما الخطوة الأولى من خطوات الحلّ؟
إيجاد معامل التكبير بين الشكلين: $\frac{250 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 25$
- (5) ما الخطوة التالية؟
ضرب طول قُطر نصف الدائرة الأصلي في معامل التكبير:

$$6 \text{ cm} \times 25 = 150 \text{ cm}$$

إذن، طول قُطر نصف الدائرة في النسخة المُكَبَّرَة هو: 150 cm.

ملحوظة: يُمكن للطلبة إيجاد نسبة التكبير ثم ضرب البُعد المطلوب بسهولة باستخدام القلم والورقة، أو الآلة الحاسبة المتوافرة في برمجية الاختبار. كذلك يُمكن تنفيذ الخطوات ذهنياً إذا كانت الأعداد مناسبة، ثم إدخال القيمة الصحيحة في خانة الإجابة.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في فهم مفهوم التشابه بين الأشكال الهندسية، وبخاصة التمييز بين الشكل الأصلي والشكل المُكَبَّر؛ ما أدى إلى استخدام غير دقيق للمفاهيم المرتبطة بمعامل التكبير.
- الصعوبة في تحديد معامل التكبير المناسب عن طريق المقارنة بين الأطوال المتناظرة، أو الوقوع في خطأ استخدام ضلعين غير متناظرين لإيجاد النسبة.
- الخلط أو القصور في الربط بين عناصر الشكل والمعلومات المعطاة في المسألة اللفظية؛ ما أدى إلى تجاهل بعض المعطيات المُهمّة، أو إسقاطها بطريقة غير صحيحة في التمثيل العددي.
- حدوث أخطاء في تنفيذ العمليات الحسابية المرتبطة بالتناسب، مثل: نسيان ضرب البُعد الأصلي في معامل التكبير، والخطأ في ترتيب النسب.

المُقرَّحات العلاجية:

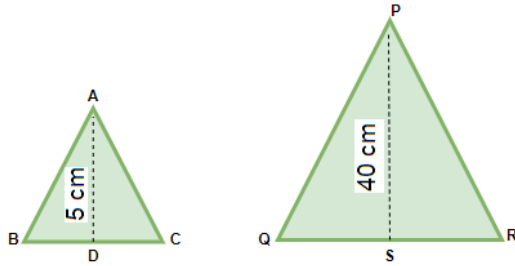
– مناقشة الطلبة في مفهوم التكبير ومفهوم التشابه في الأشكال الهندسية، ثم ذكر أمثلة توضيحية على ذلك.

التكبير: تحويل هندسي تزيد فيه أبعاد الشكل الأصلي بنسبة ثابتة، ويسمى الشكل الجديد صورة، وتكون صورة الشكل تحت تأثير التكبير مُشابهة للشكل الأصلي.

يتشابه الشكلان الهندسيان إذا كان أطوال أضلاعهما المُتناظرة مُتناسبة، والزوايا المُتناظرة مُتطابقة.

معامل التكبير: النسبة بين طول ضلع في الصورة وطول الضلع المُناظر له في الشكل الأصلي.

مثال 1:



(a) مُثلَّث ارتفاعه في الشكل الأصلي 5 cm، وارتفاعه

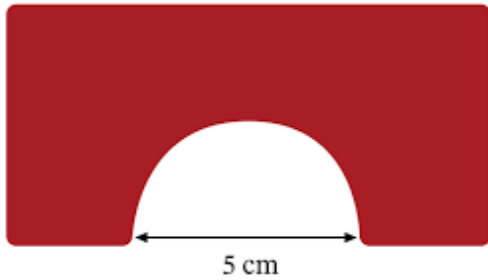
في الشكل المُكَبَّر 40 cm. ما معامل التكبير في هذا المُثلَّث؟

(b) مُثلَّث قائم الزاوية، مُتطابق الضلعين، طول وتره 5 cm، كَبَّر بمعامل تكبير مقداره 2.4. جد طول وتر هذا المُثلَّث بعد التكبير.

– تدريب الطلبة على استخدام النسبة والتناسب في إيجاد أبعاد مفقودة داخل أشكال مستوية في تصاميم هندسية أو رسوم مُكبَّرة.

مثال 2:

(a) مستطيل طوله 5 cm وعرضه 2 cm، وقد كَبُر ليصبح طوله 15 cm. كم عرضه الجديد؟



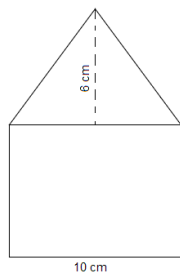
(b) يبيِّن الشكل التالي مُخطَّطاً لنفق، طول قُطر نصف الدائرة

فيه 5 cm، وقد كَبُر المُخطَّط بمعامل تكبير مقداره 4. ما

طول قُطر نصف الدائرة في النسخة المُكبَّرة؟

– تعزيز فهم الطلبة للعلاقة بين أجزاء الشكل المُركَّب، والتركيز على كيفية تغيُّر كل جزء عند التكبير بالنسبة نفسها.

مثال 3:



لعبة خشبية مُكوَّنة من قاعدة مُربَّعة، طول ضلعها 10 cm، ويعلوها مُثلَّث مُتطابق

الضلعين، ارتفاعه 6 cm. إذا أُنتِجت نسخة أكبر من اللعبة بنسبة (3:1)، فما ارتفاع المُثلَّث

في الشكل الجديد؟

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية)، وقياس أطوال الشكل الأصلي والشكل المُكَبَّر (عند الحاجة) باستخدام المسطرة، ثم إيجاد معامل التكبير، ثم تطبيقه على أجزاء متعددة من الشكل المركَّب (نصف دائرة، مثلث).
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في الفرق بين قياسات الشكل الأصلي والشكل المُكَبَّر، وتفسير كيف يؤثر معامل التكبير في كل عنصر في الشكل المركَّب، وتأكيد أهمية التناسب بين الأطوال المتناظرة.
- تصميم أنشطة تمثيلية أو رقمية، مثل رسم شعار على ورقة مربعات أو باستخدام أدوات رقمية، ثم الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة رسم نسخة مُكَبَّرَة بمعامل التكبير نفسه؛ ما يُعزِّز لديهم الفهم البصري لتأثير النسبة في المكونات الهندسية.
- طرح مسائل تطبيقية مألوفة، مثل: تكبير صورة، وتصميم زخرفة (ديكور) على الحائط، وتصغير مجسم، ثم الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة ربط معامل التكبير بالأبعاد المطلوبة، وتقدير النتيجة بناءً على النسب الواقعية.
- تعيين واجب بيتي يتضمن تطبيقات هندسية متنوعة لتكبير أشكال (دوائر، أو مثلثات) مركبة أو تصغيرها، وينص على توضيح خطوات إيجاد معامل التكبير، وتفسير النتائج ضمن سياق المسألة الواقعي.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

(b) طول الوتر بعد التكبير = طول الوتر في المثلث الأصلي × معامل التكبير:
 $5 \times 2.4 = 12 \text{ cm}$

(b) طول قطر نصف الدائرة في النسخة المُكَبَّرَة هو:

$$20 = 5 \times 4; \text{ أي } 20 \text{ cm}.$$

ارتفاع المثلث بعد التكبير هو:

$$18 = 6 \times 3; \text{ أي } 18 \text{ cm}.$$

مثال 1: (a) معامل التكبير = $\frac{\text{الطول في الصورة}}{\text{الطول المناظر في الأصل}}$:
 $\frac{40}{5} = 8$

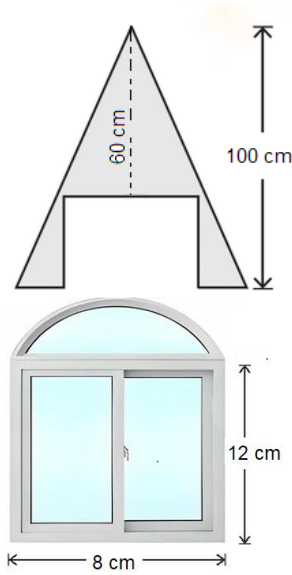
(a) إيجاد البعد المجهول:
 معامل التكبير = $\frac{\text{الطول في الصورة}}{\text{الطول المناظر في الأصل}}$:
 $\frac{15}{5} = 3$

عرض المستطيل بعد التكبير:
 $6 = 2 \times 3; \text{ أي } 6 \text{ cm}.$

مثال 3:

معامل التكبير هو 3.

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

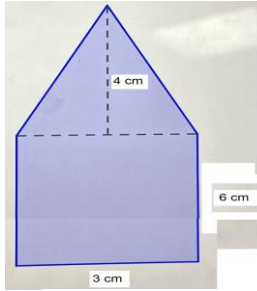


(1) في المخطط الهندسي المجاور شكل مُكوّن من مُثلّث كبير قُطِع منه مستطيل، وقد بدأ الشكل كأنّه مُثلّث مُجوّف من الأسفل. عند تنفيذ النموذج بالحجم الحقيقي، أصبح ارتفاع المُثلّث كاملاً 400 cm، وتمّ الحفاظ على الشكل الهندسي نفسه بين النموذج والمُجسّم المنفّذ. جدّ عرض المستطيل في الشكل الحقيقي.

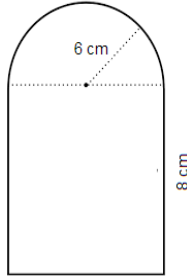
(2) صمّم مكتب هندسي نافذة أمامية لأحد المباني على شكل مستطيل يعلوه نصف دائرة كما في الشكل المجاور.

إذا كان تنفيذ التصميم الحقيقي للنافذة مُشابهاً للتصميم الهندسي، وكان الطول الحقيقي للمستطيل في النافذة 180 cm، فما طول قُطر نصف الدائرة في التصميم الحقيقي بالسنتيمتر؟

A) 60 B) 80 C) 100 D) 120

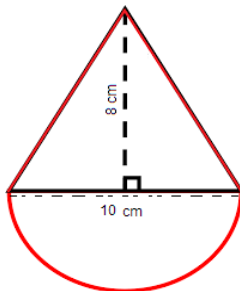


(3) رسم مُصمّم نوافذ مُخطّطاً لنافذة على شكل مستطيل يعلوه مُثلّث مُتطابق الضلعين. عند تنفيذ النموذج الحقيقي للنافذة، استُخدم عرض مستطيل مقداره 90 cm، مع المحافظة على النسبة الهندسية نفسها بين الأبعاد كما في المخطط. ما ارتفاع المُثلّث في النافذة الحقيقية؟



(4) صمّم ياسر لافتة لمحل تجاري في نموذج على شكل مستطيل تعلوه نصف دائرة. عند تنفيذ نسخة أكبر من اللافتة، أصبح طول المستطيل الجديد 32 cm، مع الحفاظ على التناسب الهندسي نفسه بين الأجزاء. ما طول نصف قُطر نصف الدائرة في اللافتة الكبيرة بالسنتيمتر؟

A) 12 B) 16 C) 18 D) 24



(5) صمّم أحد الحرفيين نموذجاً صغيراً لقارب على شكل نصف دائرة يعلوها مُثلّث مُتطابق الضلعين كما في الشكل المجاور. إذا نفّذ القارب الحقيقي على نحو أصبح فيه طول نصف قُطر نصف الدائرة 250 cm، مع الحفاظ على التناسب الهندسي نفسه بين المُثلّث والدائرة، فما ارتفاع المُثلّث في القارب الحقيقي بالسنتيمتر؟

A) 200 B) 300 C) 400 D) 500

الإجابات:

1	2	3	4	5
160 CM	D	120 CM	D	C

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)

يحتوي هذا المستوى على سؤالين سُمِحَ بالاطّلاع عليهما، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لهما، تتعلّق بمستوى التبرير الذي يُعدُّ أحد المستويات العليا في تصنيف بلوم، وهي تتطلّب تقديم مبررات منطقية في سياق المسائل الرياضية، تتعلّق باستخلاص معلومات من أشكال مُركّبة مرسومة، وإيجاد مساحات أجزاء من شكل مُركّب، إضافةً إلى تحليل خصائص مُجسّم لاختيار شبكته من بين عدّة شبكات معطاة.

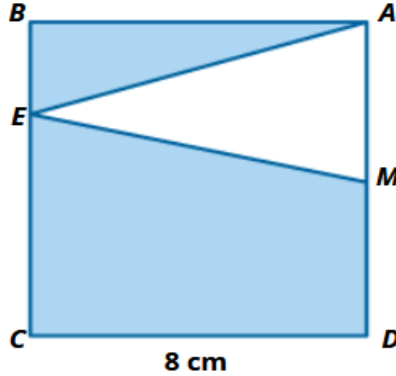
السؤال الأول:

يعرض السؤال تطبيقاً عملياً لمفهوم المساحة في الأشكال الهندسية المُركّبة، وذلك بإيجاد مساحة جزء مُظلل داخل مُربّع طوله معلوم. وقد طُلِبَ إلى الطلبة استخدام مهاراتهم في إيجاد المساحة؛ لتحديد مساحة المُثلث غير المُظلل داخل المُربّع، ثمّ طرحها من مساحة المُربّع الكلية؛ لإيجاد مساحة الجزء المُظلل. يتطلّب حلّ هذا السؤال فهماً بصرياً للعلاقات بين النقاط والزوايا في الشكل، إضافةً إلى تطبيق دقيق لقواعد إيجاد المساحات، وبخاصة مساحة المُثلث، في سياق هندسي غير مباشر.

الموضوع: الأشكال الهندسية والقياسات.

العمليات العقلية: التركيب، التبرير.

$ABCD$ مربع طول ضلعه 8 cm . M هي نقطة منتصف الضلع AD .



ما مساحة الجزء المظلل من $ABCD$ ؟

الإجابة: cm^2

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 8.6% ، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 25.5% ؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُعادل نحو ثلث نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 70.2% .

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- (1) كيف يُمكن إيجاد مساحة المنطقة المُظَلَّلة؟ بطرح مساحة المُثلَّث من مساحة المُربَّع.
- (2) ما المعلومات الواجب توافرها لإيجاد مساحة المُربَّع؟ معرفة طول ضلعه.
- (3) ما المعلومات الواجب توافرها لإيجاد مساحة المُثلَّث؟ معرفة طول قاعدته وارتفاعه.
- ملحوظة: ينبغي للمُعَلِّم تذكير الطلبة بصيغة حساب مساحة كلٍّ من المُربَّع والمُثلَّث.
- (4) كم طول ضلع المُربَّع؟ 8 cm.
- (5) كم طول قاعدة المُثلَّث؟ 4 cm.
- (6) كم ارتفاع المُثلَّث؟ 8 cm.
- ملحوظة: يُمكن النظر إلى المعطى في هذا السؤال على أنه مُربَّع انتزَع منه مُثلَّث. مساحة الجزء المُظَلَّل هي:

$$8^2 - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \right) = 64 - 16 = 48 \text{ cm}^2$$

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الصعوبة في تحليل الشكل المُركَّب إلى أشكال بسيطة معروفة (مثل: المُربَّع، والمُثلَّث)؛ ما عوَق قدرة الطلبة على بدء الحلّ بشكل منهجي.
- الخلط بين مفهوم المساحة ومفهوم المحيط؛ إذ اعتقد بعض الطلبة خطأً أنَّ المطلوب هو إيجاد طول الحدود بدلاً من المساحة المُظَلَّلة.
- عدم استدعاء القانون المناسب لإيجاد مساحة المُثلَّث، أو الخطأ في تحديد الأبعاد التي تُمثِّل القاعدة والارتفاع ضمن الشكل المعطى.
- الضعف في إجراء العمليات الحسابية بدقَّة، لا سيَّما عند التعامل مع الكسور أو القسمة؛ ما أدَّى إلى حدوث أخطاء في الحلّ النهائي.
- عدم استخدام استراتيجيات الطرح من المساحة الكلية، وهي أنسب طريقة هنا لإيجاد مساحة الجزء المُظَلَّل؛ ما أدَّى إلى حلول غير صحيحة أو حلول مُعقَّدة.

المُقترحات العلاجية:

- ذكر أمثلة على الأشكال المُركَّبة، وتحديد الأشكال البسيطة المُكوِّنة لها، التي قد تكون من غرفة الصف.
- مراجعة الطلبة في مفهوم المساحة ومفهوم المحيط.
- ذكر أمثلة على مساحة كلٍّ من المُثلَّث والمستطيل والمُربَّع، بوصفه حالة خاصة من المستطيل.

مثال:

جد مساحة كل شكل مما يأتي:

- (a) مستطيل طوله 9 cm، وعرضه 6 cm.
- (b) مربع طول ضلعه 12 cm.
- (c) مثلث طول قاعدته 14 cm، وارتفاعه 5 cm.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- استخدام أسلوب الحوار والمناقشة لبيان الفرق بين المساحة والمحيط، ومساعدة الطلبة على تحديد الأشكال الهندسية البسيطة المكونة للشكل المركب (مثل: المربع، والمثلث)، وذلك استناداً إلى المقترحات العلاجية الأولى.
- تحفيز الطلبة إلى تقديم أمثلة من الحياة اليومية على أشكال مركبة، وتحديد الأشكال البسيطة المكونة لها، بالرسم على دفاترهم أو على اللوح؛ ما يعزز لديهم مهارة التحليل الهندسي البصري.
- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة المثال الوارد في بند (المقترحات العلاجية).
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في خطوات الحل.
- الطلب إلى أفراد المجموعات كتابة أسئلة مشابهة، ثم تبادلها في ما بينهم؛ لحلها.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

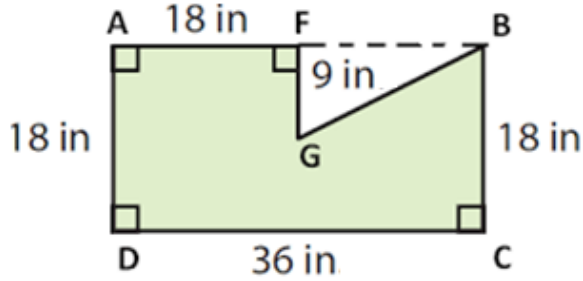
- من الأمثلة على الأشكال المركبة من غرفة الصف: (الحائط الذي فيه باب الصف، والحائط الذي فيه اللوح).
- المساحة: الحيز الذي يغطيه الشكل.
- المحيط: طول الخط الخارجي للشكل.
- ملحوظة: يمكن التمييز بين هذين المفهومين بذكر أمثلة من غرفة الصف.

مثال:

- (a) مساحة المستطيل (A) الذي طوله (l) وعرضه (w) هي: $l \times w$
 $A = l \times w = 9 \times 6 = 54cm^2$
- (b) مساحة المربع (A) الذي طول ضلعه (l) هي: l^2
 $A = l^2 = 12^2 = 144cm^2$
- (c) مساحة المثلث (A) الذي طول قاعدته (l) وارتفاعه (h) هي: $A = \frac{1}{2} \times l \times h$
 $A = \frac{1}{2} \times 14 \times 5 = 35cm^2$

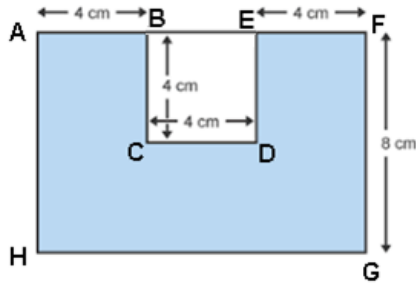
أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

ملحوظة: في الأسئلة الآتية، قد يُواجه بعض الطلبة صعوبة في تحديد الأبعاد الصحيحة للأشكال البسيطة داخل الشكل المركب، ويتعذر عليهم فهم العلاقة بين المساحة الكلية والمساحات الجزئية للأشكال المكونة؛ لذا نلفت انتباه المعلم إلى ضرورة توضيح ذلك عند حلّ الأسئلة.

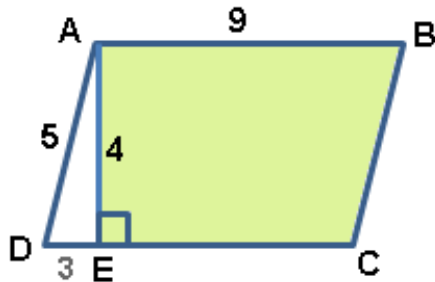


(1) مستطيل طولُه 36 in، وعرضه 18 in،
علمًا بأن $AF = 18$ IN، و $FG = 9$ IN.

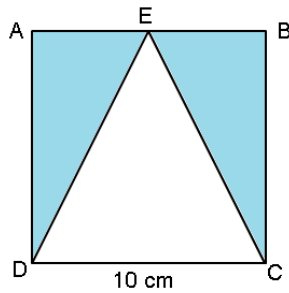
ما مساحة الجزء المُظلل من هذا المستطيل؟



(2) مستطيل. اعتماداً على البيانات المعطاة في
الشكل أدناه، ما مساحة الجزء المُظلل من هذا
المستطيل؟



(3) متوازي أضلاع. اعتماداً على البيانات
المعطاة في الشكل أدناه، ما مساحة الجزء المُظلل
من متوازي الأضلاع هذا؟



(4) مُربّع طول ضلعه 10 cm، و E هي نقطة
منتصف الضلع AB كما في الشكل أدناه. ما مساحة
الجزء المُظلل من هذا المُربّع؟

الإجابات:

1) 567 in^2 .

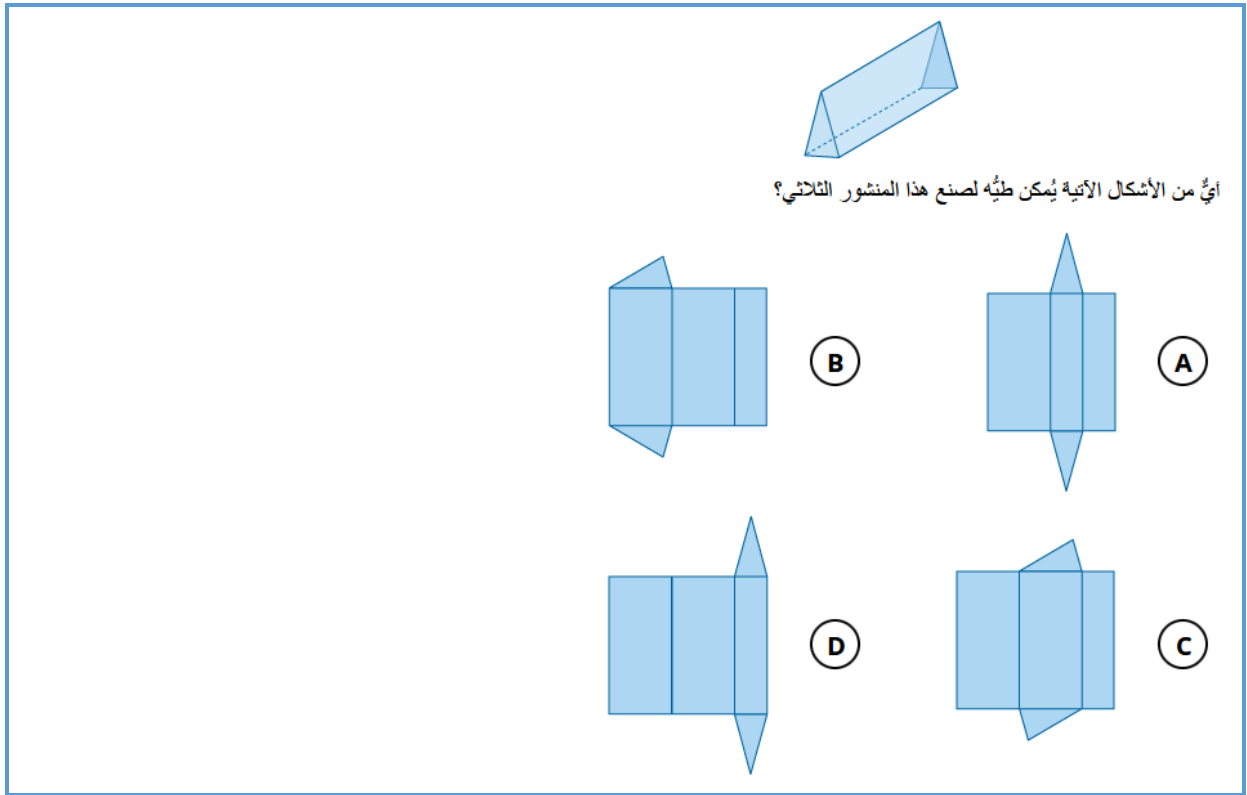
2) 80 cm^2 .

3) 30.

4) 50 cm^2 .

السؤال الثاني:

يُقدّم السؤال تصوّرًا للأشكال الثلاثية الأبعاد عن طريق الشبكات المُسطّحة (nets)، وفيه يُطلَب إلى الطلبة تعرّف الشبكة الذي يُمكن طيّها لإنشاء منشور ثلاثي. يختبر هذا السؤال فهم الطلبة للعلاقة بين الأشكال المُسطّحة والمُجسّمات الناتجة منها، مثل: عدد الأوجه، وشكل القواعد، وترتيب الأوجه الجانبية. يُعدّ هذا النوع من الأسئلة اختباراً مهمّاً للتمثيل البصري، والقدرة على التخيل الفراغي، فضلاً عن تعزيز فهم الطلبة لبنية الأجسام الهندسية عن طريق الملاحظة والتحليل. الموضوع: الأشكال الهندسية والقياسات. العمليات العقلية: التحليل، التبرير.



أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 41.2%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 65.4%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 86.8%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- (1) ما اسم الشكل المعروض في السؤال؟ المنشور الثلاثي.
- (2) ما خصائص هذا الشكل؟ يتكوّن من قاعدتين مُثلّثيتين مُتطابقتين مُتوازيتين، وأوجه جانبية مستطيلة.
- (3) ما المطلوب في السؤال؟ اختيار الشبكة التي يُمكن طيها لإنشاء المنشور الثلاثي المعروض.
- (4) ما الخصائص الصحيحة للشبكة الخاصة بهذا المنشور؟
أ- وجود قاعدتين مُثلّثيتين مُتطابقتين مُتوازيتين.
ب- وجود ثلاثة مستطيلات تُمثّل أوجه المنشور الجانبية، وترتبط بجوانب المُثلثات.
- (5) ما الشبكة التي تُطابق هذه الخصائص؟ D.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الضعف في التخيل الفراغي؛ إذ يعاني بعض الطلبة صعوبةً في تخيل كيفية تحوّل الشكل الشبكي المُسطّح إلى مجسم ثلاثي الأبعاد عند الطّي، وبخاصة إذا لم يكن لديهم خبرة كافية في التعامل مع النماذج الورقية الحقيقية.
- الخلط بين الشبكات المُتشابهة؛ فقد يختار بعض الطلبة شبكة غير صحيحة تُشبه الشبكة المطلوبة من حيث عدد الأوجه، لكنّها تختلف عنها في ترتيب الأوجه أو في اتجاهها؛ ما أدّى إلى إنشاء مجسم غير صحيح.
- القصور في فهم خصائص المنشور الثلاثي؛ فقد لا يتمكّن بعض الطلبة من تمييز خصائص المنشور الأساسية، مثل وجود قاعدتين مُثلّثيتين مُتطابقتين وأوجه جانبية مستطيلة؛ ما أدّى إلى حدوث خطأ في تفسير تركيب الشكل.
- التركيز على العدد من دون العلاقات؛ فقد ينشغل بعض الطلبة بعدد الأوجه فقط من دون الانتباه إلى مواقعها أو كيفية اتصالها؛ ما أفضى إلى فهم سطحي وغير دقيق لبنية المُجسم الناتج.
- قلة التدريب العملي على الطّي؛ فقد يواجه العديد من الطلبة صعوبةً في التحقق الذهني من صحة الشبكة؛ نتيجةً لضعف الخبرة العملية في طي الشبكات وتحويلها إلى مجسمات حسيّة ملموسة؛ ما حدّ من قدرتهم على اختبار صحة الاختيار.

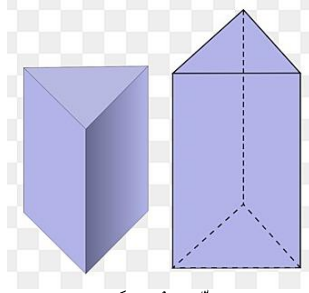
المُقترحات العلاجية:

- تدريب الطلبة على تتبّع مكونات المُجسمات الثلاثية الأبعاد (القواعد، الأوجه، الحافات، الرؤوس) وتحليلها قبل الانتقال إلى الشبكات.

مثال 1:

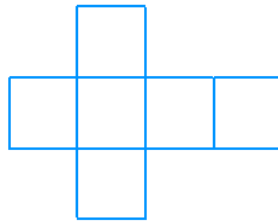
(a) كم وجهاً يحوي المنشور الثلاثي الظاهر في الشكل أدناه؟

(b) كم عدد المُثلثات والمستطيلات فيه؟



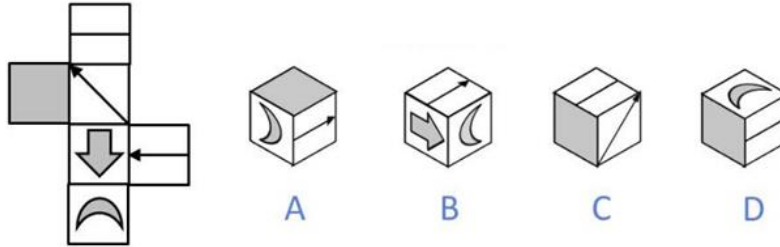
- استخدام نماذج ورقية أو رقمية تفاعلية لطَيِّ المُجَسَّمات وفردها؛ لتعزيز التخيل الذهني.
مثال 2:

استخدم شبكة منشور رباعي، واعمل على طَيِّها لتشكيل المُجَسَّم.



- تدريب الطلبة على تعرف كيفية ترتيب الأوجه، وتوزيعها بصورة صحيحة في الشبكات.
مثال 3:

أي المُكعبات الأربعة الآتية يُمكن إنشاؤه عن طريق طَيِّ الشبكة؟



الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- النشاط الجماعي باستخدام نماذج ورقية؛ بأن تُوزَّع شبكات ورقية مختلفة على الطلبة ضمن مجموعات، ثم يُطلَب إلى أفراد كل مجموعة قصُّها وطَيِّها؛ لاكتشاف الشبكة المُطابقة للمُجَسَّم المطلوب.
- العرض والمناقشة أمام طلبة الصف؛ بأن يعرض أفراد كل مجموعة النموذج المختار، ثم يُفسِّروا سبب صحته، إلى جانب توضيح الأخطاء في الشبكات الأخرى.
- تحليل الخصائص الهندسية للشبكات؛ بأن يُطلَب إلى أفراد كل مجموعة تحديد القاعدتين المُتطابقتين والأوجه الجانبية، ثم مناقشة علاقتها بخصائص المنشور .

- استخدام أدوات رقمية تفاعلية؛ إذ يُمكن توظيف تطبيقات تفاعلية لتجريب طَيِّ الشبكات بصرياً؛ ما يدعم الطلبة الذين يعانون ضعفاً في التخيل الفراغي.
- تعيين واجب تطبيقي بيتي يتضمّن رسم شبكة لمُجسم مُعيّن، أو اختيار شبكة صحيحة من عدّة خيارات، وتفسير سبب الاختيار.

حلُّ أسئلة المُقرّحات العلاجية:

مثال 1:

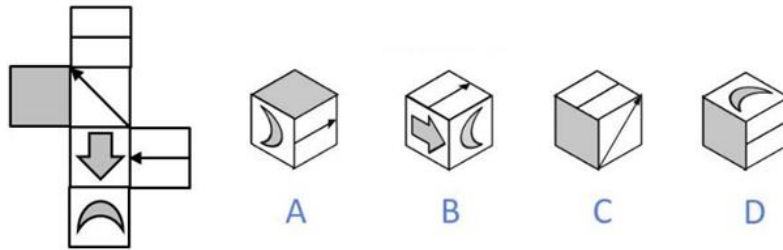
(a) 5 أوجه.

(b) مُثلّثان (قاعدتان مُتطابقتان) ، و 3 مستطيلات (أوجه جانبية).

مثال 2:

المُجسم الناتج من الطَيِّ مُكعّب.

مثال 3:



طريقة الحسم هي فحص الأوجه المتقابلة أولاً، ثم اتجاه العلامات بعد الطي:

الخيار A: يظهر وجهين متقابلين في الشبكة وكأنهما متجاوران.

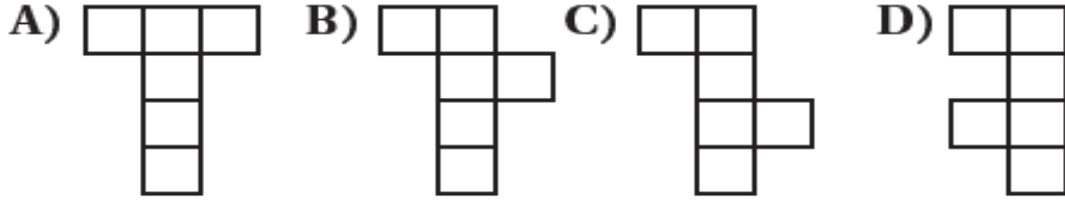
الخيار B: السهم على الوجه العلوي يجب أن يشير نحو الوجه الأيسر.

الخيار C: رأس السهم على الوجه الأيمن يجب أن يتجه نحو زاويته العليا اليسرى.

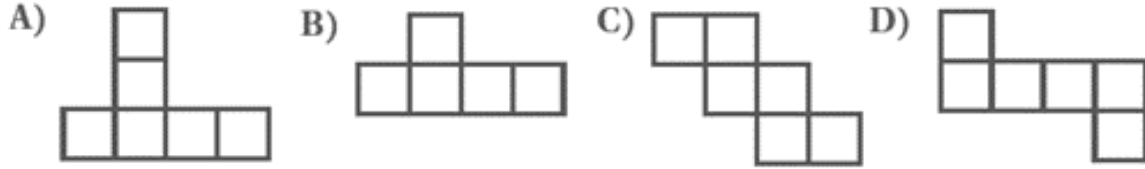
أما الخيار D: فيحافظ على تجاور الأوجه واتجاه العلامات عند طي الشبكة وعليه فهو الإجابة الصحيحة.

أُسْئَلَةٌ مُشَابِهَةٌ لِهَذَا السُّؤَالِ:

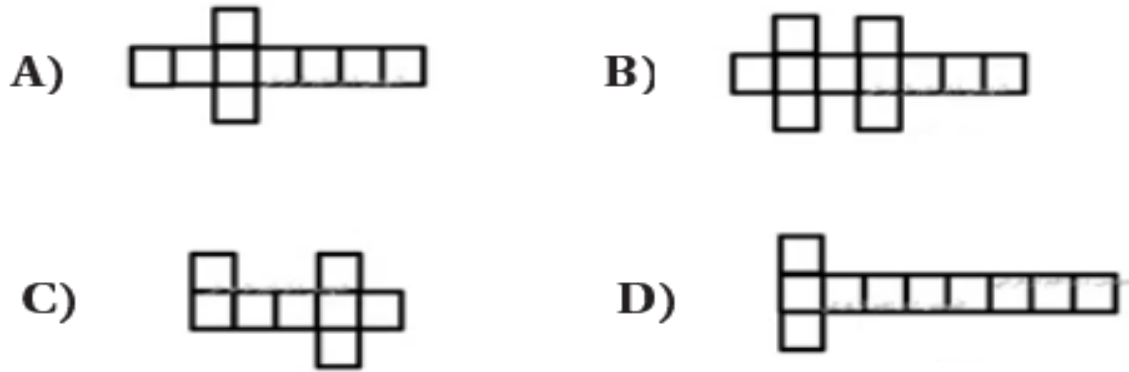
(1) أَيُّ الشَّبَكَاتِ الْآتِيَةِ لَا تُمَثِّلُ مَنْشُورًا رِبَاعِيًّا؟



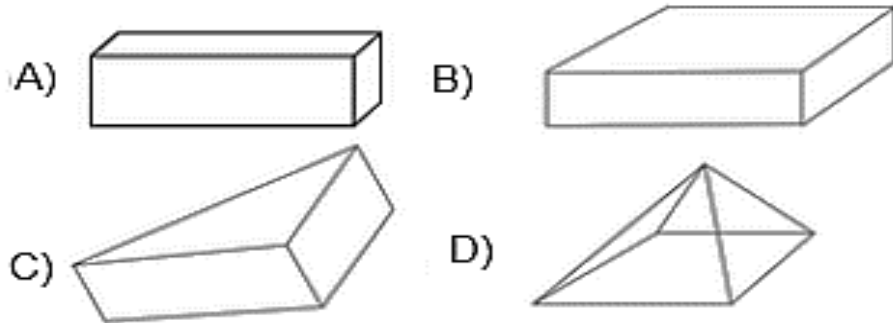
(2) أَيُّ الشَّبَكَاتِ الْآتِيَةِ تُمَثِّلُ مَنْشُورًا رِبَاعِيًّا؟



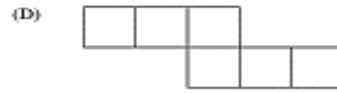
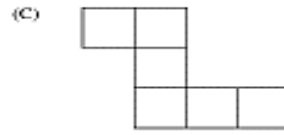
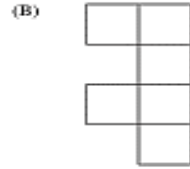
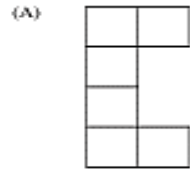
(3) أَيُّ الْأَشْكَالِ الْآتِيَةِ يُمَكِّنُ طَيِّهَ لِإِنْتِشَاءِ مُكَعَّبَيْنِ مُتَّصِلَيْنِ مُتَجَاوِرَيْنِ؟



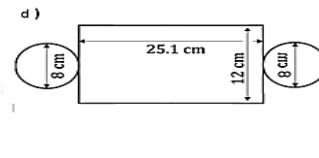
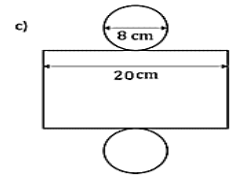
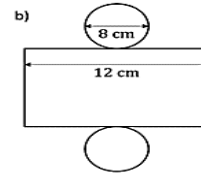
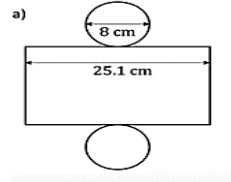
(4) أَيُّ الْمَجْسَمَاتِ الْآتِيَةِ يَتكوَّنُ مِنْ وَجْهَيْنِ مُثَلَّثَيْنِ وَثَلَاثَةِ أَوْجِهٍ مُسْتطِيلَةٍ؟



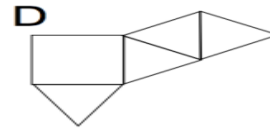
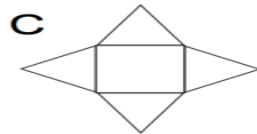
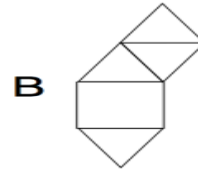
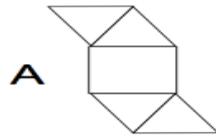
(5) أيُّ الشبكات الآتية يُمكن طيُّها لتشكيل مُكعَّب؟



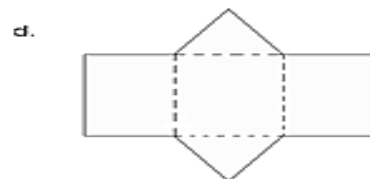
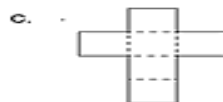
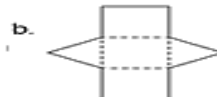
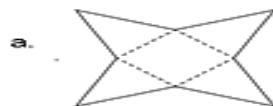
(6) أيُّ الشبكات الآتية تُمثِّل الشكل الصحيح لأُسطوانة؟



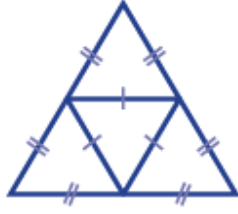
(7) أيُّ الشبكات الآتية لا يُمكن طيُّها لإنشاء هرم رباعي؟



(8) أيُّ الشبكات الآتية يُمكن طيُّها لإنشاء المُجسَّم الظاهر في الشكل؟



9) ما المُجسَّم الذي تُمثِّلُه الشبكة المجاورة؟



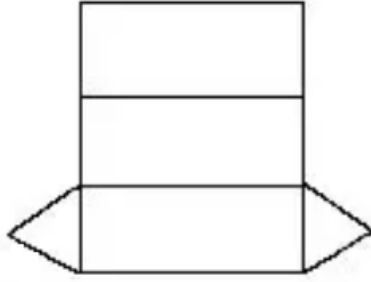
(A) هرم رباعي.

(B) منشور ثلاثي.

(C) هرم ثلاثي.

(D) مخروط.

10) أيُّ الأشكال الآتية يُمكن إنشاءه من طَيِّ الشبكة



المجاورة؟

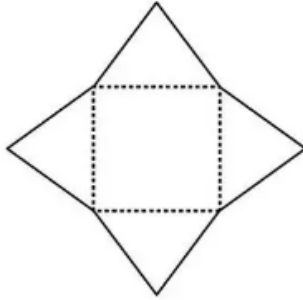
(A) منشور قاعدته مستطيلة.

(B) منشور ثلاثي.

(C) هرم قاعدته مستطيلة.

(D) هرم ثلاثي.

11) أيُّ الأشكال الآتية يُمكن إنشاءه من طَيِّ الشبكة



المجاورة؟

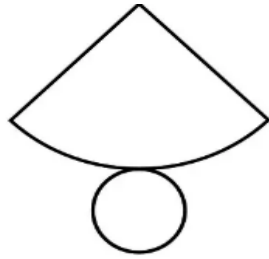
(A) هرم قاعدته مُربَّعة.

(B) منشور قاعدته مُربَّعة.

(C) منشور ثلاثي.

(D) هرم ثلاثي.

12) ما المُجسَّم الناتج عند طَيِّ الشبكة المجاورة؟



(A) أسطوانة.

(B) هرم ثلاثي.

(C) مخروط.

(D) منشور ثلاثي.

الإجابات:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	D	B	C	D	A	D	D	C	B	A	C

البيانات والاحتمالات

الفقرات التي تقع ضمن مستوى المعرفة (Knowledge)

يحتوي هذا المستوى على سؤال واحد سُمح بالاطلاع عليه، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة له، تتعلّق بالمستويات الدنيا من مستويات المعرفة في تصنيف بلوم، وتتطلّب استرجاعاً وفهماً لحقائق مُرتبطة بإيجاد احتمالات عدد من الحوادث في تجربة عشوائية.

السؤال الأول:

يتناول السؤال مفهوم الاحتمال بعرض تجربة عشوائية تتضمن سحب كرة من كيس يحوي كرات مُتعددة الألوان، وفيه يُطلّب إلى الطلبة تحديد الفضاء العيني للحادثة، وإيجاد الاحتمال باستخدام صيغة الكسر. يُعزّز هذا السؤال فهم الطلبة للحوادث المُركّبة، واستخدام قواعد الاحتمال.

الموضوع: الاحتمالات.

العمليات العقلية: الحساب، التعرف.

لدى جنى كيس به كرات:

- 50 حمراء
- 50 صفراء
- 40 زرقاء
- 60 خضراء

سحبت جنى كرة واحدة الكيس بطريقة عشوائية.

A. ما احتمال أن تسحب جنى كرة ليست خضراء؟

الإجابة:

B. ما احتمال أن تسحب جنى كرة صفراء أو زرقاء؟

الإجابة:

أداء الطلبة في السؤال:

يتكوّن هذا السؤال من فرعين، وقد كان أداء الطلبة في كل فرع كما يأتي:

- الفرع (A): بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا الفرع 6.6%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن الفرع نفسه من جميع الدول المشاركة 28.5%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُعادل تقريباً ربع نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 67.2%.

- الفرع (B): بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا الفرع 7.4%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن الفرع نفسه من جميع الدول المشاركة 30.7%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُعادل تقريباً ربع نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 72.6%.

طريقة حلّ السؤال:

- الفرع (A):

يبلغ عدد الكرات في الكيس 200 كرة، ويمكن تقسيم هذه الكرات إلى قسمين:

- كرات خضراء، عددها 60 كرة.

- كرات غير خضراء، عددها 140 كرة.

$$p \text{ (خضراء غير الكرة)} = \frac{\text{عدد الكرات غير الخضراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \frac{140}{200} = \frac{7}{10}$$

- الفرع (B):

يبلغ عدد الكرات الصفراء 50 كرة، وعدد الكرات الزرقاء 40 كرة.

كذلك يمكن القول - بحسب الضمّ أو الاتحاد- إنَّ عدد الكرات التي تُحقّق العبارة (صفراء أو زرقاء) هو 90 كرة.

$$p \text{ (زرقاء أو صفراء الكرة)} = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء أو الصفراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \frac{90}{200} = \frac{9}{20}$$

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- عدم تذكر أنَّ الاحتمال هو نسبة عدد النواتج الممكنة المرغوبة إلى العدد الكلي؛ ما أدّى إلى إهمال بعض الطلبة للبسط، أو إهمالهم المقام، أو الخلط بينهما.
- الخطأ في جمع أعداد الكرات لإيجاد العدد الكلي، وذلك بحساب الاحتمال على أساس غير صحيح.
- الصعوبة في تفسير العبارات اللفظية بدقّة، مثل: (ليست خضراء)، و(صفراء أو زرقاء)؛ ما أفضى إلى خلط في تحديد عدد النواتج المطلوبة.
- الاعتماد على الحدس أو التقدير بعيداً عن الحساب الحقيقي؛ ما جعل إجابات بعض الطلبة غير دقيقة.
- وجود مشكلات في تبسيط الكسر أو تحويله إلى صورة عشرية (إذا طُلب ذلك)؛ ما أفضى إلى إجابة بعض الطلبة إجابات نهائية غير مقبولة.

المُتَحَرَّاتِ العِلاجِية:

- تذكير الطلبة بمفهوم الاحتمال والمفاهيم المرتبطة به.
- تذكير الطلبة بقاعدة إيجاد احتمالات وقوع الحوادث البسيطة والمركبة عن طريق الأمثلة.
مثال 1:
يحتوي كيس على بطاقات متماثلة ومُرَقَّمة من 1 إلى 20. سُحِبَ من الكيس بطاقة عشوائياً. اكتب عناصر كل حادث واحتمال وقوعه:
(a) الحصول على العدد 13.
(b) الحصول على عدد فردي.
(c) الحصول على عدد من مضاعفات 4.
- تذكير الطلبة بضرورة قراءة معطيات السؤال، وتعرف دلالات الألفاظ الواردة فيه.
مثال 2:
رُمي حجر نرد مرّة واحدة. اكتب عناصر كل حادث:
(a) العدد الظاهر أولي.
(b) العدد الظاهر لا يقل عن 4.
(c) العدد الظاهر فردي أو أكبر من 5.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- مناقشة الطلبة في مفهوم الاحتمال، والتمييز بين الحوادث البسيطة والحوادث المركبة، والتركيز على تفسير العبارات اللفظية، مثل: (أو)، و(ليست) باستخدام أمثلة ملموسة (كرات ملونة، بطاقات، مكعبات).
- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حل أسئلة المثالين الواردين في بند (المُتَحَرَّاتِ العِلاجِية)، واستخدام العدّ اليدوي للنواتج الممكنة، وتمثيل الفضاء العيني بالرسم أو الجداول.
- عرض بعض الطلبة في كل مجموعة نماذج من الحلول على اللوح، ثم مناقشة أفراد المجموعات الأخرى في كيفية تحديد عدد النواتج الممكنة والنواتج المرغوبة بدقة، والتحقق من تبسيط الناتج النهائي.
- إعداد أنشطة قصيرة يُطلَب فيها من أفراد المجموعات تصميم تجارب عشوائية مشابهة (مثل: سحب البطاقات، وتدوير العجلة)، وطرح أسئلة احتمال عليها، ثم تبادلها في ما بينهم؛ لحلها.
- تعيين واجب بيتي يتضمن تمارين احتمال متنوعة في سياقات حياتية (مثل: اختيار وجبة عشوائياً من قائمة، وسحب لون من كيس)، وينص على توضيح الفضاء العيني، وتفسير الإجابة لفظياً.

حلُّ أسئلة المُقترحات العلاجية:

- الفضاء العيني: مجموعة النواتج المُتوقَّع حدوثها عند إجراء تجربة عشوائية ما. فمثلاً، عند تدوير قرص مُقسَّم إلى 5 أقسام متساوية ومُرَقَّمة بالأرقام: 1، 3، 5، 6، 9، فإنَّ الفضاء العيني لوقوف المؤشِّر عند عدد مُعيَّن هو: $\{1, 3, 5, 6, 9\}$.
- الحادث: ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، يُرمَز إليه بأحد الحروف، مثل A.
- الاحتمال المتساوي: احتمال يفيد بأنَّ لكل نتيجة مُمكنة في الفضاء العيني فرصة الحدوث نفسها. فمثلاً، الفضاء العيني لتجربة رمي حجر نرد هو: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، ولكل رقم من الأرقام الستة فرصة الحدوث نفسها.
- احتمال الحادث: يُعرَّف احتمال الحادث بأنَّه فرصة وقوع الحادث، ويرمَز إليه بالرمز $p(A)$ ؛ فإذا كانت نواتج التجربة العشوائية متساوية الاحتمال، فإنَّ احتمال وقوع أيِّ حادث يساوي نسبة عدد عناصر الحادث إلى عدد النواتج المُمكنة جميعها (الفضاء العيني).

$$p(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

مثال 1:

- a) $A = \{13\}$, $p(A) = \frac{1}{20}$
- b) $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$, $p(B) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$
- c) $C = \{4, 8, 12, 16, 20\}$, $p(C) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

مثال 2:

- a) $A = \{2, 3, 5\}$
- b) $B = \{4, 5, 6\}$
- c) $C = \{1, 3, 5, 6\}$

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

1) لدى عمر كيس يحتوي على الكرات المُتماثلة الآتية:

- * 30 كرة حمراء.
- * 25 كرة زرقاء.
- * 20 كرة صفراء.
- * 25 كرة خضراء.

سحب عمر كرة واحدة من الكيس بطريقة عشوائية:

- a) ما احتمال أن يسحب عمر كرة ليست زرقاء؟
- b) ما احتمال أن يسحب عمر كرة حمراء أو كرة صفراء؟

(2) لدى ليان كيس حلوى يحتوي على الحَبَّاتِ الْمُتَمَاثِلَةِ الآتية:

* 35 حَبَّةَ حمراء.

* 25 حَبَّةَ زرقاء.

* 5 حَبَّاتٍ صفراء.

* 15 حَبَّةَ خضراء.

سحبت ليان حَبَّةَ حلوى واحدة من الكيس بطريقة عشوائية:

(a) ما احتمال أن تسحب ليان حَبَّةَ ليست حمراء؟

(b) ما احتمال أن تسحب ليان حَبَّةَ خضراء أو حَبَّةَ صفراء؟

(3) يحتوي صندوق على البطاقات المتماثلة الآتية:

* 8 بطاقات حمراء.

* 12 بطاقة زرقاء.

* 6 بطاقات صفراء.

* 4 بطاقات خضراء.

سُحِبَت بطاقة واحدة من الكيس بطريقة عشوائية:

(a) ما احتمال أن تكون هذه البطاقة ليست زرقاء؟

(b) ما احتمال أن تكون هذه البطاقة حمراء أو خضراء؟

(4) لدى نجاح كيس يحتوي على الأقلام المتماثلة الآتية:

* 14 قلمًا أحمر.

* 18 قلمًا أزرق.

* 12 قلمًا أصفر.

* 16 قلمًا أخضر.

سحبت نجاح قلمًا واحدًا من الكيس بطريقة عشوائية:

(a) ما احتمال أن تسحب نجاح قلمًا ليس أصفر؟

(b) ما احتمال أن تسحب نجاح قلمًا أزرق أو قلمًا أصفر؟

الإجابات:

1) a) $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

3) a) $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

b) $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

2) a) $\frac{45}{80} = \frac{9}{16}$

b) $\frac{20}{80} = \frac{1}{4}$

4) a) $\frac{48}{60} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التطبيق (Applying)

يحتوي هذا المستوى على سؤالين سُمح بالاطّلاع عليهما، إضافةً إلى أسئلة مُشابهة لهما، تتعلّق بمستوى التطبيق في تصنيف بلوم، وتتطلّب استخدام المعلومات والقواعد والأساليب الرياضية التي تعلّمها الطلبة في مواقف جديدة ذات صلة بتحديد العبارات التي تُضفي معلومات مُهمّة على سؤال الدراسة المسحية، أو تُعدُّ مُهمّة لضمان إجراء تجربة عادلة.

السؤال الأول:

يراد من السؤال جمع بيانات لمشروع مدرسي يهدف إلى تعرّف عدد الطائرات التي تُحلّق فوق المدرسة أثناء استراحة الغداء، وفيه يُطلّب إلى الطلبة تحليل مجموعة من العبارات، وتحديد إذا كانت المعلومات الواردة فيها ضرورية للإجابة عن سؤال المشروع. كذلك يتعيّن على الطلبة نقر جميع العبارات ذات الصلة التي تساعد على التوصل إلى إجابة دقيقة، علماً بأنّه توجد أكثر من إجابة صحيحة مُمكنة.

الموضوع: البيانات.

العمليات العقلية: التحديد، التطبيق.

يخطط جلال لجمع بعض البيانات لأجل مشروع مدرسي للمساعدة على الإجابة عن السؤال:

كم عدد الطائرات التي تطير فوق مدرستي عادة خلال استراحة الغداء؟

هل كل واحدة ممّا يلي تُعدّ هامة في خطة جلال؟

انقر على جميع المربعات الهامة.

أوقات بدء وانتهاء عدّ الطائرات.

اتجاه الطائرات أثناء طيرانها.

أنواع الطائرات التي تطير فوق المدرسة.

عدد أيام عدّ الطائرات.

الوقت الذي تستغرقه طائرة للمرور فوق المدرسة.

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 4.2%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المُشاركة 19.4%؛ ما يعني أنّ نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل بكثير من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المُشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مُشاركة فبلغت 44.1%.

طريقة حلّ السؤال:

يتعين على الطلبة قراءة كل عبارة بتدبر وروية، ثم مقارنة مضمونها بمحتوى سؤال المشروع المدرسي، ثم نقر العبارة التي يُضفي مضمونها معلومات مهمة على هذا المشروع. توجد عبارتان مهمتان، لهما صلة وثيقة بخطة جلال، وهما:

- * أوقات بدء عد الطائرات، وأوقات انتهاء عدها.
- * عدد أيام عد الطائرات.

فكلتا العبارتين تؤثر في عدد الطائرات التي تحلق فوق المدرسة، في ما يمثل موضوع السؤال. أما العبارتان الثلاث المتبقية (اتجاه الطائرات أثناء طيرانها)، (أنواع الطائرات التي تطير فوق المدرسة)، (الوقت الذي تستغرقه طائرة في المرور فوق المدرسة)، فهي غير مهمة في خطة جلال؛ لأنها لا تؤثر في عدد الطائرات التي تحلق فوق المدرسة.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- اختيار عبارات لا تتعلق بعدد الطائرات المحلقة فوق المدرسة أثناء استراحة الغداء؛ لاعتقاد بعض الطلبة أن كل ما يتعلق بالطائرات مهم للمشروع المدرسي.
- عدم فهم السؤال الرئيس للمشروع؛ ما أدى إلى اختيار بعض الطلبة عبارات لا علاقة لها بهدف جمع البيانات.
- الاعتماد على كلمات مألوفة، مثل: (الطائرات)، و(المدرسة) من دون الانتباه إلى ارتباط العبارة بالمدّة الزمنية المحددة في السؤال.
- عدم التمييز بين البيانات المرتبطة بعدد الطائرات والبيانات التي تصف خصائص هذه الطائرات أو اتجاهاتها، والتي لا تلزم للإجابة عن السؤال المطروح.
- إهمال أهمية الزمن (استراحة الغداء)، واختيار بيانات غير مرتبطة بهذه المدّة المحددة.

المقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفاهيم المسح الدراسي، وسؤال الدراسة، وجمع البيانات، ومجتمع الدراسة، وأهمية الدراسات المسحية في اتخاذ القرارات التي تساعد على حلّ مشكلات العمل ومشكلات الحياة اليومية.
- اقتراح مسح مدرسي عن ظاهرة معينة تهم الطلبة، ثم طرح سؤال الدراسة، وصياغة عبارات للإجابة عن السؤال، ومناقشة أهمية العبارة بالنسبة إلى سؤال الدراسة.

مثال:

يُخطِّطُ طلبة الصف الثامن في إحدى المدارس لإجراء مسح عن عدد السيَّارات التي تمرُّ أمام المدرسة خلال اليوم الدراسي؛ لتقديمه لإدارة السَّير.

سؤال الدراسة:

كم عدد السيَّارات التي تمرُّ أمام المدرسة أثناء اليوم الدراسي؟

هل تُعدُّ كل عبارة ممَّا يلي مُهمَّةً لموضوع الدراسة؟

اكتب كلمة (نعم) إزاء العبارة المُهمَّة، وكلمة (لا) إزاء العبارة غير المُهمَّة في الجدول الآتي:

رقم العبارة	العبارة	الإجابة
1	أنواع السيَّارات التي تمرُّ أمام المدرسة.	
2	أوقات بدء عدِّ السيَّارات، وأوقات انتهاء عدِّها.	
3	سنوات صنع السيَّارات التي تمرُّ أمام المدرسة.	
4	عدد أيام عدِّ السيَّارات التي تمرُّ أمام المدرسة.	
5	ألوان السيَّارات التي تمرُّ أمام المدرسة.	
6	سرعة السيَّارات التي تمرُّ أمام المدرسة.	

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المُقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثمَّ الطلب إلى أفراد كل مجموعة تحليل عبارات مُتنوِّعة؛ لتحديد درجة ارتباطها بسؤال مشروع مُعيَّن، وتبرير خياراتهم شفهيًّا.
- تنفيذ أنشطة صفية تفاعلية، تتضمَّن عرض عبارات على اللوح (بعضها مُرتبطة بالسؤال، وبعضها الآخر غير مُرتبط به)، ثمَّ الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة تحديد المناسب منها، وتفسير أسباب الاستبعاد؛ ما يُعزِّز لديهم مهارات التمييز والتحليل.
- استخدام بطاقات المطابقة، وذلك بتوظيف أنشطة تتضمَّن استخدام بطاقات كُتبت عليها أسئلة، وبطاقات أخرى كُتبت عليها عبارات، ثمَّ الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة مطابقة كل سؤال بالعبارات التي ترتبط به؛ ما يُنمِّي لديهم القدرة على الربط السياقي.
- إنتاج أسئلة من الطلبة، وذلك بتحفيز الطلبة في كل مجموعة إلى صياغة أسئلة خاصة بالدراسات المسحية، وابتكار عبارات مُرتبطة بها، ثمَّ تبادلها مع أفراد المجموعات الأخرى؛ لاختيار المناسب منها، وتعليل سبب ذلك؛ ما يُعزِّز لديهم مهارة التفكير الناقد.
- الطلب إلى الطلبة تنفيذ مشروعات بيتية، تشمل صياغة سؤال لدراسة ما، وكتابة أربع عبارات مُحتملة، وتحديد المُلائم منها، وتبرير ذلك؛ لتطبيق المفهوم، وتمثله في مواقف حياتية واقعية.

حل أسئلة المقترحات العلاجية:

المسح الدراسي والمفاهيم المرتبطة به:

- المسح الدراسي: أسلوب بحث يُستخدم لجمع معلومات عن معتقدات ومواقف وسلوكيات وصفات للأفراد أو المجموعات في سياق تعليمي.
- سؤال الدراسة: سؤال رئيس يحاول الباحث الإجابة عنه عن طريق البحث المسحي.
- جمع البيانات: عملية تشمل الحصول على المعلومات المطلوبة باستخدام أدوات مختلفة، مثل: الاستبانات، والمقابلات، والملاحظة.
- مجتمع الدراسة: مجموعة كاملة من الأفراد أو العناصر، يسعى الباحث إلى تعميم نتائج بحثه عليها.
- تتمثل أهمية الدراسات المسحية في قدرتها على توفير معلومات شاملة ودقيقة عن ظاهرة أو مشكلة معينة؛ ما يساعد على فهمها، وتحليلها، واتخاذ القرارات المناسبة بخصوصها بناءً على هذه المعلومات.

ملحوظة: يتعين على المعلم استخدام أسلوب العصف الذهني مع الطلبة؛ لاقتراح مسح دراسي عن ظاهرة معينة تهمهم، ثم طرح سؤال الدراسة، وصياغة عبارات؛ للإجابة عن السؤال، ومناقشة أهمية كل عبارة بالنسبة إلى سؤال الدراسة. مثال:

- مناقشة الطلبة في كل عبارة من العبارات الواردة في الجدول، والتأكيد على ضرورة تبرير إجاباتهم. بوجه عام، يرى الطالب أن إجابته صحيحة، إلا إذا سمع ما ينقضها بدليل واضح.

الإجابة الصحيحة هي:

(نعم) للعبارة التي تحمل الرقم 2، والعبارة التي تحمل الرقم 4.

(لا) للعبارات التي تحمل الأرقام: 1، 3، 5، 6.

أسئلة مُشابهة لهذا السؤال:

(1) يُخطِّط نادر لمعرفة عدد الطلبة الذين يزورون مكتبة المدرسة خلال الوقت المُخصَّص للفرصة المدرسية اليومية، وذلك بالإجابة عن السؤال الآتي:

كم طالباً يزور المكتبة المدرسية أثناء الفرصة؟

هل تُعدُّ كل عبارة ممَّا يلي مُهمَّةً لخُطَّة نادر؟

اكتب كلمة (نعم) إزاء العبارة المُهمَّة، وكلمة (لا) إزاء العبارة غير المُهمَّة في الجدول الآتي:

رقم العبارة	العبارة	الإجابة
1	عدد الطلبة في المدرسة.	
2	عدد الطلبة الذين يزورون المكتبة المدرسية أثناء الفرصة.	
3	عدد الكتب في المكتبة المدرسية.	
4	أنواع الكتب في مكتبة المدرسة.	
5	وقت بدء الفرصة، وانتهاء الوقت المُخصَّص لها.	

(2) تُخطِّط دانيا لمعرفة عدد المرَّات التي تتأخَّر فيها الحافلة المدرسية عن الوصول في موعدها المُحدَّد صباحاً، وذلك بالإجابة عن السؤال الآتي:

كم مرَّة تأخَّرت الحافلة المدرسية عن الوصول في موعدها المُحدَّد صباحاً؟

هل تُعدُّ كل عبارة ممَّا يلي مُهمَّةً لخُطَّة دانيا؟

اكتب كلمة (نعم) إزاء العبارة المُهمَّة، وكلمة (لا) إزاء العبارة غير المُهمَّة في الجدول الآتي:

رقم العبارة	العبارة	الإجابة
1	أوقات وصول الحافلة إلى المدرسة كل يوم.	
2	أسماء الطلبة الذين يستقلُّون الحافلة.	
3	عدد أيام الدراسة.	
4	المسافة التي تقطعها الحافلة.	
5	وقت انتهاء اليوم الدراسي.	

(3) يُعِدُّ رامي دراسة لمعرفة عدد المرات التي يستخدم فيها زملاؤه الإنترنت في المدرسة، والمواقع الإلكترونية التي يتصفحونها لأغراض الدراسة، وذلك بالإجابة عن السؤالين الآتيين:

كم مرة استخدم الطلبة الإنترنت؟

ما المواقع الإلكترونية التي زارها الطلبة؟

هل تُعدُّ كل عبارة ممَّا يلي مُهمَّةً لدراسة رامي؟

اكتب كلمة (نعم) إزاء العبارة المُهمَّة، وكلمة (لا) إزاء العبارة غير المُهمَّة في الجدول الآتي:

رقم العبارة	العبارة	الإجابة
1	عدد الطلبة الذين يستخدمون الإنترنت في المدرسة.	
2	سرعة الإنترنت.	
3	طبيعة المواقع التي يزورها الطلبة.	
4	عدد أجهزة الحاسوب المتوافرة في المدرسة.	
5	أوقات استخدام الإنترنت في المدرسة.	
6	اسم محرك البحث المُستخدم.	

(4) يُعِدُّ مدير إحدى المدارس دراسة لمعرفة عدد الطلبة الذين يتناولون الفطور قبل الذهاب إلى المدرسة، وذلك بالإجابة عن السؤال الآتي:

كم طالباً يتناول طعام الفطور قبل القدوم إلى المدرسة؟

هل تُعدُّ كل عبارة ممَّا يلي مُهمَّةً لدراسة مدير المدرسة؟

اكتب كلمة (نعم) إزاء العبارة المُهمَّة، وكلمة (لا) إزاء العبارة غير المُهمَّة في الجدول الآتي:

رقم العبارة	العبارة	الإجابة
1	أنواع الطعام الذي يتناوله الطلبة.	
2	وقت تناول الطلبة للفطور.	
3	وقت تناول الطلبة لوجبة الغداء.	
4	عدد الطلبة الذين يتناولون طعام الفطور قبل المجيء إلى المدرسة.	
5	عدد الصفوف في المدرسة.	

الإجابات:

رقم العبارة	1	2	3	4	5
الإجابة	لا	نعم	لا	لا	نعم

رقم العبارة	1	2	3	4	5
الإجابة	نعم	لا	نعم	لا	لا

رقم العبارة	1	2	3	4	5	6
الإجابة	نعم	لا	نعم	لا	نعم	لا

رقم العبارة	1	2	3	4	5
الإجابة	لا	نعم	لا	نعم	لا

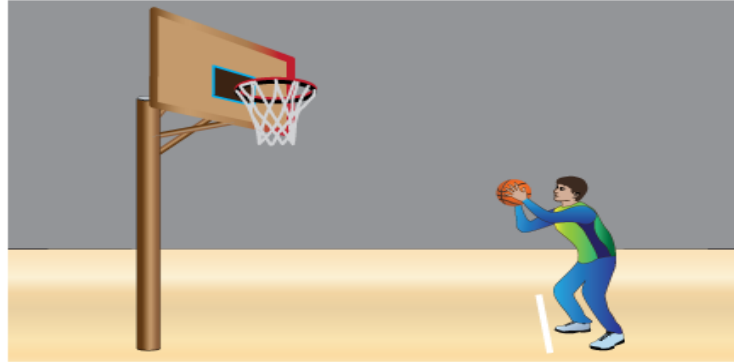
السؤال الثاني:

يعرض السؤال تطبيقاً واقعيًا لمفهوم تصميم التجربة وضبط المتغيرات في سياق رياضي؛ إذ يجري المدرب اختباراً للاعبين كرة السلة؛ لقياس مستوى أدائهم عن طريق عدد الأهداف المسجلة في 10 محاولات. وقد طُلب إلى الطلبة تحديد العوامل التي يجب أن تكون ثابتة ومضبوطة على نحو يضمن عدالة التجربة لجميع المشاركين.

يعتمد فهم هذا السؤال على تمييز المتغيرات المؤثرة (مثل: مكان الوقوف، ونوع الكرة) من المتغيرات غير المؤثرة أو غير المرتبطة ارتباطاً مباشراً بقياس الأداء. وهذا السؤال من نوع الاختيار من متعدد، وهو يتضمن بعض الإجابات الصحيحة.

الموضوع: البيانات.

العمليات العقلية: التحديد، التطبيق.



يُجري مدرب اختبارات لاختبار لاعب فريق كرة السلة. وهو يريد جمع بيانات عن عدد الأهداف التي يُمكن لكل لاعب تسجيلها في 10 محاولات.

هل كل من هذه الأمور هامة لتكون الاختبارات عادلة؟

انقر على جميع الأمور الهامة.

المسافة بين مكان وقوف كل لاعب وحلقة كرة السلة

عدد اللاعبين الذين سجلوا اسماءهم للمشاركة في الاختبار

لون الكرة التي يستخدمها كل لاعب

وزن الكرة التي يستخدمها كل لاعب

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 23.7%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 48.1%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن تُقارب نصف نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أمّا نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 73.8%.

طريقة حلّ السؤال:

- يمكن للمُعَلِّم طرح السؤالين الآتيين على الطلبة:
 - (1) ما المطلوب في السؤال؟
- تحديد إذا كانت العبارات المذكورة تُمثِّل عوامل مُهمَّة لضمان عدالة الاختبارات التي يُجرِّبها المُدَرِّب لمعرفة عدد الأهداف التي يُسجِّلها كل لاعب في 10 محاولات.
- (2) ما المقصود بالتجربة العادلة في سياق التجربة؟
- التجربة العادلة: تجربة تُنفَّذ في أحوال مُوحَّدة لجميع المُشاركين، بحيث لا تُؤثِّر مُتغيِّرات خارجية في النتائج؛ ما يعني حصول كل لاعب على الفرصة نفسها، وقياس مهارته فقط بعيداً عن العوامل التي قد تمنحه أفضلية، أو تضعه في موقف أصعب.
- تحليل العبارات الأربع:
 - (1) المسافة بين مكان وقوف كل لاعب وحلقة كرة السلة: عامل أساسي لضمان عدالة التجربة؛ فإذا اقترب أحد اللاعبين من السلة أكثر من غيره، فإنَّ فرصة تسجيله ستكون أكبر.
 - (2) عدد اللاعبين الذين سجَّلوا أسماءهم للمشاركة في الاختبار: عامل غير مُؤثِّر في عدالة التجربة؛ ذلك أنَّ عدد المُشاركين لا يُغيِّر في ظروف الأداء، أو في فرص تسجيل الأهداف.
 - (3) لون الكرة التي يستخدمها كل لاعب: عامل غير مُؤثِّر في عدالة التجربة، أو في فرص تسجيل الأهداف.
 - (4) وزن الكرة التي يستخدمها كل لاعب: عامل مُؤثِّر في عدالة التجربة، وفي فرص تسجيل الأهداف.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الخلط بين العدالة الحقيقية في التجربة والإجراءات التنظيمية الشكلية؛ ما جعل بعض الطلبة يعتقدون أنَّ التنظيم وحده يكفل عدالة التجربة من دون الانتباه إلى مُؤشِّر ضبط العوامل المُؤثِّرة في النتائج.
- الصعوبة في التمييز بين المُتغيِّر الذي يُفترَض اختبارُه والمُتغيِّرات التي يجب تثبيتها؛ ما تسبَّب في إغفال بعض الطلبة لأهمية توحيد شروط الأداء، بوصف ذلك شرطاً أساسياً لعدالة التجربة.
- عدم إدراك أنَّ التجربة العادلة تقتضي تغيير عامل واحد فقط (مثل عدد الأهداف)، وتثبيت العوامل الأخرى، مثل: المسافة، ونوع الكرة؛ ما أثار سلباً في صلاحية نتائج التجربة.
- الاعتقاد أنَّ التباين في نتائج اللاعبين دليل على غياب العدالة، وعدم فهم أنَّ العدالة ترتبط بتكافؤ الفرص وظروف الأداء، لا بتساوي النتائج النهائية.

المقترحات العلاجية:

- مناقشة الطلبة في مفهوم التجربة العادلة ضمن سؤال كرة السلة، وأهمية توحيد الظروف والأحوال لجميع المشاركين في جمع البيانات.

مثال 1:

- (a) إذا أردنا عقد مقارنة عادلة بين أداء اللاعبين في ما يخص عملية التصويب والتسديد، فهل يمكن لأحد اللاعبين أن يقف على بُعد 3 m من حلقة كرة السلة، وأن يقف آخر على بُعد 5 m من هذه الحلقة؟ لماذا؟
- (b) هل من العدل استخدام كرات مختلفة في الحجم أو الكتلة بين اللاعبين؟ برّر إجابتك.
- تدريب الطلبة على التمييز بين المتغيرات المؤثرة في نتائج التجربة والمتغيرات غير المؤثرة في نتائجها.

مثال 2:

أي المتغيرات الآتية مؤثر في نتائج التجربة، ويجب تثبيته لضمان عدالة التجربة: لون الكرة، عدد المحاولات، مكان الوقوف، الطقس، تسجيل اسم اللاعب؟

- استخدام مواقف حياتية مألوفة لتقريب فكرة ضبط المتغيرات، وتحقيق مبدأ العدالة في عملية التقييم.

مثال 3:

- (a) نطّم سباق جري بين اثنين من الطلبة؛ أحدهما يركض على أرض مُبلّلة، والآخر يركض على أرض جافة. هل تُعدّ المقارنة عادلة في هذه الحالة؟ ما المتغير الذي يجب ضبطه؟
- (b) إذا أردنا اختبار مَنْ يستطيع القفز إلى الأعلى مسافة أكثر، فهل يجب أن نقيس عملية القفز من سطح مرتفع أم من الأرض مباشرة؟ لماذا؟
- تنفيذ أنشطة عملية بسيطة تُبين أثر تغيير المتغيرات في نتائج التجربة.

الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير مُتجانسة، ثمّ الطلب إلى أفراد كل مجموعة مناقشة مواقف حياتية تتضمن تجارب عملية (مثل: اختبارات الجري، واختبارات التصويب والتسديد)، وتحليل ما يجب تثبيته لضمان عدالة النتائج، ثمّ تقديم التفسيرات شفهيًا.
- إعداد أنشطة تطبيقية تفاعلية، تتضمن تنفيذ تجربة بسيطة داخل غرفة الصف أو في ساحة المدرسة، وتغيير متغير واحد فقط كل مرة (مثل: نوع الكرة، والمسافة)، ثمّ الطلب إلى أفراد المجموعات المقارنة بين النتائج، وتحديد مدى عدالة التجربة.
- استخدام بطاقات للمتغيرات؛ إذ يمكن إعداد بطاقات تتضمن متغيرات مختلفة (بعضها ثابت، وبعضها الآخر متغير)، ثمّ الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة تصنيف هذه البطاقات وفقًا لدورها في تجربة معينة؛ ما يعزز فهمهم للمتغيرات المستقلة والمتغيرات الثابتة.

- توليد مواقف من الطلبة؛ بأن يُطلَب إلى الطلبة في كل مجموعة إعداد تجربة قصيرة، وذكر المتغير الذي ستختبره التجربة، والمتغيرات التي ستثبتها، ثم يُطلَب إلى أفراد المجموعات تبادل الأفكار في ما بينهم؛ لتحليل مدى عدالة التجارب.
- تعيين واجب بيتي يتضمن سيناريو تجربة، ويطلَب فيه إلى الطلبة تحديد المتغير المستقل والمتغير الثابت، وبيان كيف يمكن ضمان عدالة التجربة؛ ما يساعدهم على تطبيق المفهوم في سياقات مختلفة خارج غرفة الصف.

حلُّ أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

- (a) لا، لا يمكن عدُّ المقارنة عادلة؛ فاللاعب الأقرب (على بُعد 3 m) لديه فرصة أكبر للتسجيل.
- (b) لا، ليس من العدل استخدام هذه الكرات؛ لأنَّ الاختلاف في الحجم أو الكتلة يؤثر في سرعة الكرة ودرجة التحكم فيها، ومن ثمَّ تكون فرص التسجيل غير متكافئة.

مثال 2:

- المتغيرات التي يجب تثبيتها لضمان عدالة التجربة هي: عدد المحاولات، ومكان الوقوف، والطقس (أي إجراء التجربة في أحوال جوية متماثلة). أمَّا ما تبقى من متغيرات فغير مؤثر في نتائج التجربة.

مثال 3:

- (a) لا، المقارنة غير عادلة؛ فالطالب الذي يركض على الأرض الجافة لديه أفضلية في الثبات والسرعة، خلافاً للطالب الذي يركض على الأرض المبللة التي تُشكِّل عائقاً.
- المتغير الذي يجب ضبطه هو نوع سطح الأرض؛ إذ يجب أن يكون متماثلاً لكلا الطالبين.
- (b) يجب قياس عملية القفز من الأرض مباشرة؛ ذلك أنَّ القفز من سطح مرتفع قد يمنح اللاعب اندفاعاً إضافياً، أو يُفضي إلى أداء غير ناتج من قوة اللاعب.

أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

1) أجرى المعلم اختبار سرعة لطلبة الصف في سباق يتطلَّب قطع مسافة 100 m.

أي العوامل الآتية يعدُّ مهمًّا لضمان عدالة النتائج؟

☐ نوع الحذاء الرياضي المستخدم.

☐ تسجيل الزمن يدوياً أو آلياً.

☐ اتجاه الرياح أثناء السباق.

☐ تنظيم عملية انطلاق الطلبة.

(2) أُجريت تجربة علمية لقياس الزمن اللازم لغليان الماء.

أي العوامل الآتية يُعدُّ مهمًّا لضمان عدالة النتائج؟

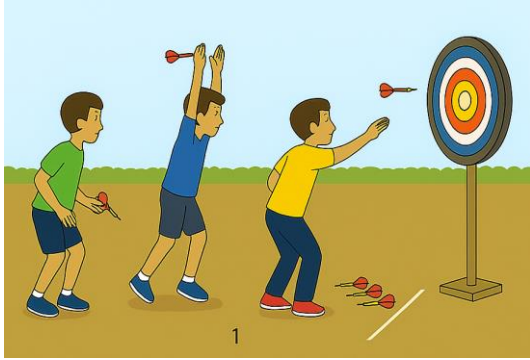
- ☐ نوع الوعاء المُستخدم.
- ☐ كمية الماء المُستخدمة.
- ☐ وسيلة إشعال الغاز.
- ☐ عدد الطلبة في كل مجموعة.



(3) أُجري اختبار لقياس قوَّة السحب باستخدام حبل.

أي العوامل الآتية يُعدُّ مهمًّا لضمان عدالة النتائج؟

- ☐ طول الحبل المُستخدم.
- ☐ عدد المُشاركين في كل فريق.
- ☐ كتلة الحبل.
- ☐ نوع الأرضية.



(4) أُجري اختبار لقياس دقَّة التصويب في لعبة السهام.

أي العوامل الآتية يُعدُّ مهمًّا لضمان عدالة النتائج؟

- ☐ المسافة من الهدف.
- ☐ وقت إطلاق السهم.
- ☐ كتلة السهم.
- ☐ ألوان الدوائر في لوحة التصويب.

الإجابات:

(1) نوع الحذاء الرياضي المُستخدم، واتِّجاه الرياح أثناء السباق.

(2) نوع الوعاء المُستخدم، وكمية الماء المُستخدمة.

(3) عدد المُشاركين في كل فريق، ونوع الأرضية.

(4) المسافة من الهدف، وكتلة السهم.

الفقرات التي تقع ضمن مستوى التبرير (Reasoning)

يحتوي هذا المستوى على سؤال واحد سُمح بالاطلاع عليه، إضافةً إلى أسئلةٍ مشابهةٍ له، تتعلق بمستوى التبرير الذي يُعدُّ أحد المستويات العليا في تصنيف بلوم، وهي تتطلب تقديم مبررات منطقية في سياق المسائل الرياضية، تتعلق بتقديم تبرير مدعم بالحسابات لخطأ مقولةٍ عن التمثيل بالقطاعات الدائرية.

السؤال الأول:

يُقدّم السؤال تمثيلين بالقطاعات الدائرية لنسب السكّان من مختلف الفئات العمرية في منطقة زدلاند عام 2000م وعام 2015م، ويظهر هذان التمثيلان تضاعف إجمالي عدد السكّان عام 2015م مقارنةً بعام 2000م. وقد طُلب إلى الطلبة تبرير الخطأ الذي مفاده أن عدد الأشخاص من الفئة العمرية (51-75) أصبح أقل عام 2015م ممّا كان عليه العدد عام 2000م.

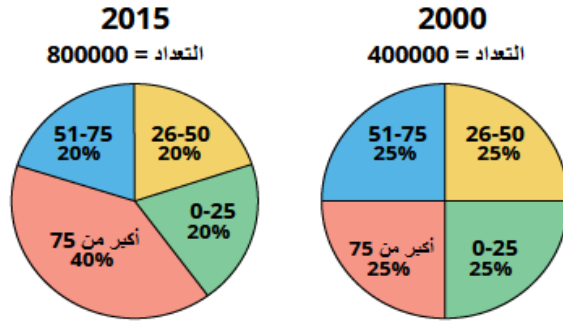
يتطلّب حلُّ هذا السؤال قراءة بيانات القطاعات الدائرية، وإجراء عمليات حسابية، ثم كتابة تبرير خطأ المقولة في المكان المخصّص لذلك، مدعماً بالعمليات الحسابية.

الموضوع: البيانات.

العمليات العقلية: الشرح، التبرير.

تضاعف عدد سكان زدلاند من العام 2000 إلى 2015. تُظهر الدائرتان نسب الأشخاص من مختلف الفئات العمرية خلال العامين 2000 و 2015.

نسب الأشخاص حسب العمر



تقول لمياء: " عدد الأشخاص من الفئة العمرية 51 - 75 كان أقل في عام 2015 مما كان عليه في 2000".

اشرح لماذا أخطأت لمياء.

أداء الطلبة في السؤال:

بلغت نسبة الطلبة الأردنيين الذين أجابوا إجابة صحيحة عن هذا السؤال 1.0%، في حين بلغت نسبة الطلبة الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال نفسه من جميع الدول المشاركة 16.9%؛ ما يعني أن نسبة الإجابات الصحيحة لطلبة الأردن أقل بكثير من المتوسط الدولي لنسبة الإجابات الصحيحة لطلبة جميع الدول المشاركة. أما نسبة الإجابات الصحيحة لأفضل دولة مشاركة فبلغت 43.2%.

طريقة حلّ السؤال:

يُمكن للمُعَلِّم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

(2) ما عدد السُّكَّان في كلِّ من عام 2000م وعام 2015م؟ في عام 2000م، كان عدد السُّكَّان 400000 نسمة. أما في عام 2015م فقد أصبح عدد السُّكَّان 800000 نسمة.

(3) ما النسبة المئوية للفئة العمرية (51-75) في هذين العامين؟ 25% عام 2000م، و20% عام 2015م.

(4) ما عدد السُّكَّان الحقيقي للفئة العمرية (51-75) في كلِّ من عام 2000م وعام 2015م؟

- في عام 2000م، كان عدد السُّكَّان:

$$100000 = 400000 \times 25\% \text{؛ أي } 100000 \text{ نسمة.}$$

- في عام 2015م، كان عدد السُّكَّان:

$$160000 = 800000 \times 20\% \text{؛ أي } 160000 \text{ نسمة.}$$

(5) لماذا أخطأت لمياء؟ لأنها قارنت بين النسبة المئوية للفئة العمرية (51-75) عام 2000م والنسبة المئوية لهذه الفئة عام 2015م، ولم تُقارن بين عدد السُّكَّان الحقيقي لهذه الفئة في عام 2000م وعام 2015م.

المشكلات التي واجهها الطلبة:

- الخلط بين النسبة المئوية والقيمة الحقيقية؛ إذ اعتقد بعض الطلبة خطأً أن انخفاض النسبة يعني بالضرورة انخفاض العدد، من دون الانتباه إلى التغيُّر في إجمالي عدد السُّكَّان خلال هذين العامين.

- الصعوبة في إجراء المقارنة المركَّبة بين النِّسَب والأعداد؛ ما أدَّى إلى استنتاجات غير دقيقة عند تحليل بيانات التمثيل الدائري.

- الضعف في المهارات الحسابية (الذهنية والكتابية) عند استخدام النسبة المئوية لإيجاد عدد الأشخاص ضمن فئة عمرية مُعيَّنة.

- القصور في فهم طبيعة التمثيل بالقطاعات الدائرية، وبخاصة عند المقارنة بين الفئة العمرية نفسها خلال عامين، مع تغيُّر في حجم العينة؛ ما عوَّق قدرة الطلبة على إدراك العلاقات النسبية.

- عدم القدرة على صياغة التبرير بلغة رياضية واضحة ومُدعَّمة بالأرقام؛ نتيجة الضعف في مهارات التفسير والتواصل الرياضي.

المُقترحات العلاجية:

- تدريب الطلبة على الربط بين النسبة المئوية والقيمة الحقيقية المُقابلة للنسبة المئوية.

مثال 1:

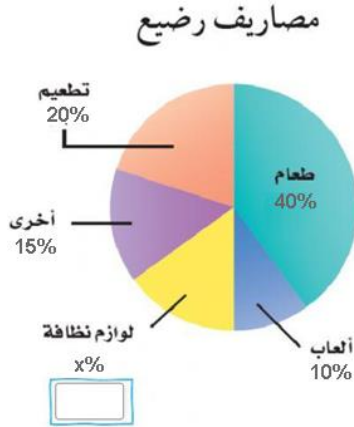
يُبين التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور نسب الطلبة الذين يمارسون ألعاباً رياضية مختلفة في مدرسة تحوي 1800 طالب. جد عدد الطلبة الذين يمارسون لعبة التنس.



- لفت انتباه الطلبة إلى أن مجموع النسب المئوية لجميع قطاعات التمثيل الدائري يجب أن يكون 100%.

مثال 2:

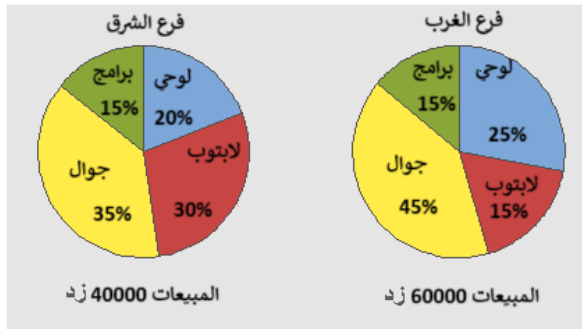
يُبين التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور توزيع المصروفات الخاصة برضيع. ما النسبة المئوية للوازم النظافة؟



- بيان الفرق بين التغير النسبي والتغير العددي باستخدام تمثيلات عديدة، وتقديم تمارين متعددة تُعزز الفهم التحليلي للبيانات المُمثلة بصرياً.

مثال 3:

عملت شركة تقنية في منطقة زدلاند على المقارنة بين نسب مبيعات الأجهزة المختلفة لفرعها في الشرق والغرب خلال الشهر الماضي. يُبين التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور نسب هذه المبيعات بحسب الفئة في كل فرع. قال فهد: "إن مبيعات البرامج الحاسوبية في كلا الفرعين متساوية؛ لأن نسبتهما المئوية متساوية". هل قول فهد صحيح؟ برّر إجابتك.



الاستراتيجيات وطرائق التدريس المقترحة:

- توزيع طلبة الصف إلى مجموعات عمل صغيرة غير متجانسة، ثم توجيه أفراد كل مجموعة إلى حلّ تمثيلات بقطاعات دائرية تحتوي على نسب مئوية، وإيجاد القيم الحقيقية المرتبطة بها، ثم مناقشة الفرق بين النسبة والعدد الحقيقي بناءً على أمثلة واقعية. بعد ذلك يُطلب إلى أفراد المجموعات حلّ أسئلة الأمثلة الواردة في بند (المقترحات العلاجية).
- إعداد أنشطة صفية تفاعلية، تتضمن عرض تمثيلات بيانية مختلفة (ذات نسب متفاوتة وإجماليات متغيرة) على اللوح، ثم الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة تحليلها، والمقارنة بين النتائج المستخلصة من النسب فقط والحسابات الدقيقة باستخدام المعطيات العددية.
- اختيار عدد من الطلبة لشرح خطوات إيجاد عدد الأفراد من فئة معينة على اللوح، والتركيز على استخدام العلاقة الآتية: النسبة $\times$ العدد الكلي، ثم تحليل سبب دقة الإجابة المبنية على الحسابات مقارنة بتلك المستندة على النظر فقط.
- استخدام بطاقات للبيانات؛ إذ يمكن إعداد بطاقات تتضمن تمثيلات دائرية وسيناريوهات تحتوي على نسب وعدد كلي، ثم الطلب إلى الطلبة في كل مجموعة مطابقة كل تمثيل بقيمة عددية صحيحة؛ ما يعزز لديهم مهارات التحليل العددي.
- تعيين واجب بيتي يتضمن تمثيلات دائرية وأسئلة تطبيقية مشابهة للسؤال الأصلي، وينصّ على إيجاد القيم الحقيقية، وتبرير الإجابات بلغة رياضية دقيقة ومدعمة بالأرقام.

حلّ أسئلة المقترحات العلاجية:

مثال 1:

- الخطوة 1: تحديد النسبة المئوية للطلبة الذين يلعبون كرة التنس.
اعتماداً على الشكل، فإن نسبة الطلبة الذين يمارسون لعبة كرة التنس هي 20%.
الخطوة 2: إيجاد عدد الطلبة.
إيجاد النسبة من العدد الكلي باستخدام العلاقة الآتية:

$$\left(\frac{20}{100}\right) \times 1800 = 360$$

إذن، عدد الطلبة الذين يمارسون لعبة كرة التنس هو: 360 طالباً.

مثال 2:

الخطوة 1: تحديد النسب المئوية المعلومة في التمثيل، ثم جمعها.

الطعام: 40%، الألعاب: 10%، التطعيم: 20%، أخرى: 15%.

$$40\% + 10\% + 15\% + 20\% = 85\%$$

الخطوة 2: إيجاد النسبة الناقصة للوازم النظافة.

$$100\% - 85\% = 15\%$$

مثال 3:

قيمة مبيعات البرامج الحاسوبية في فرع الشرق:

$$40000 \times \frac{15}{100} = 6000 \text{ أي } 6000 \text{ زد.}$$

قيمة مبيعات البرامج الحاسوبية في فرع الغرب:

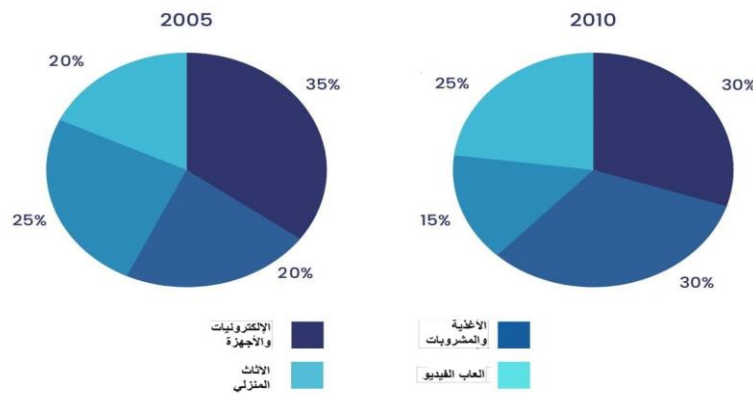
$$60000 \times \frac{15}{100} = 9000 \text{ أي } 9000 \text{ زد.}$$

قول فهد غير صحيح؛ لأن المبيعات في فرع الغرب أكثر منها في فرع الشرق، وهي غير متساوية في الفرعين كما ادعى.

الخطأ الذي وقع به فهد هو أنه قارن بين النسبتين المئويتين، لا بين المبيعات الحقيقية.

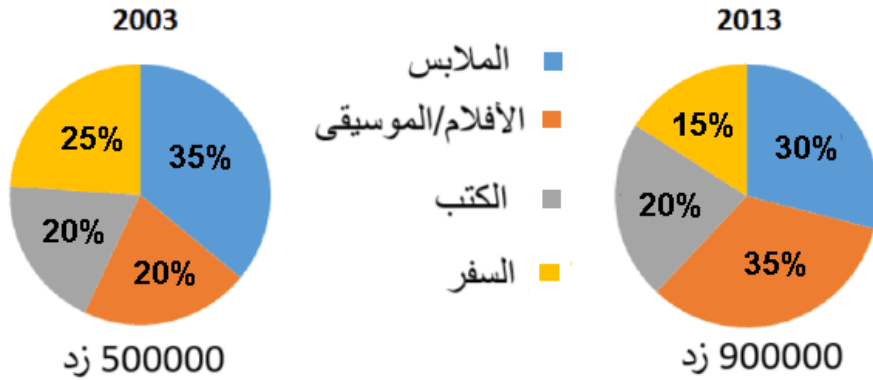
أسئلة مشابهة لهذا السؤال:

(1) يبين التمثيل بالقطاعات الدائرية أدناه نسب المبيعات في منطقة زدلاند خلال عام 2005م وعام 2010م. ففي عام 2005م، بلغت قيمة المبيعات الكلية في منطقة زدلاند 240000 زد، ثم وصلت إلى 400000 زد عام 2010م.



تدعي ريم: " أن مبيعات الإلكترونيات والأجهزة في 2010 أقل مما كانت عليه عام 2005." هل ادعاء ريم صحيح؟ وضح السبب.

(2) يُبين التمثيل بالقطاعات الدائرية أدناه نسب الإنفاق بحسب الفئة عام 2003م وعام 2013م في منطقة زدلاند. ففي عام 2003م، بلغ حجم الإنفاق الكلي في منطقة زدلاند 500000 زد، ثم ارتفع إلى 900000 زد عام 2013م.



قال سعيد: "إنَّ الإنفاق على السفر عام 2013م هو أقل مما كان عليه عام 2003م".
هل قول سعيد صحيح؟ برّر إجابتك، ودعمها بالحسابات.

الإجابات:

(1) قول ريم غير صحيح.

قيمة مبيعات الإلكترونيات والأجهزة عام 2010م:

$$120000 = 400000 \times \frac{30}{100}; \text{ أي } 120000 \text{ زد.}$$

قيمة مبيعات الإلكترونيات والأجهزة عام 2005م:

$$84000 = 240000 \times \frac{35}{100}; \text{ أي } 84000 \text{ زد.}$$

يتّضح من الحسابات أنَّ مبيعات الإلكترونيات والأجهزة عام 2010م هي أكثر منها في عام 2005م، وليست أقل كما قالت ريم.

(2) قول سعيد غير صحيح.

قيمة الإنفاق على السفر عام 2013م:

$$135000 = 90000 \times \frac{15}{100}; \text{ أي } 135000 \text{ زد.}$$

قيمة الإنفاق على السفر عام 2003م:

$$125000 = 500000 \times \frac{25}{100}; \text{ أي } 125000 \text{ زد.}$$

يتّضح من الحسابات أنَّ قيمة الإنفاق على السفر عام 2013م هي أكثر منها في عام 2003م، وليست أقل كما قال سعيد.

المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية

جاءت تسمية المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية في منتصف عام 1995 امتداداً لمهام عمل (المركز الوطني للبحث والتطوير التربوي) الذي كان قد بدأ نشاطاته واستمر بها منذ عام 1990 استناداً إلى المادة (11) من قانون المجلس الأعلى للعلوم والتكنولوجيا رقم (30) لسنة 1987. وانسجاماً مع التوجهات الجديدة لعمل المركز في تنمية الموارد البشرية فقد وسّع المركز منظور مهامه لتشمل بالإضافة إلى دعم عمليات التطوير التربوي جوانب أخرى تندرج ضمن الفلسفة الوطنية العامة لتطوير الموارد البشرية.

مهام المركز:

- إجراء الدراسات والبحوث المتعلقة بالنظام التعليمي بمستوياته وأشكاله المتعددة ودعمها، ويشمل ذلك التعليم العالي والتعليم والتدريب المهني والتقني.
 - إجراء ودعم الدراسات، وإقامة المشاريع المتعلقة بارتباط نواتج نظم التعليم والتدريب بقطاعات العمل والاستخدام، وذلك بإنشاء نظام إدارة معلومات الموارد البشرية.
 - دعم التجارب والتجديد في المجالات التربوية.
 - تقييم عناصر خطط التطوير التربوي ومكوناتها ونواتجها.
 - دعم خطط ومشاريع التطوير في مجالات التعليم وأنواعه ومستوياته المختلفة، ويشمل ذلك النظم والبرامج والموارد البشرية والتسهيلات التعليمية والتدريبية.
 - تقديم الاستشارات للمؤسسات والهيئات المحلية والخارجية في الأمور والمجالات المتعلقة بمهام المركز.
 - التنسيق، من خلال الجهات الرسمية المعنية، مع المؤسسات والهيئات والمنظمات المحلية والإقليمية والدولية لتوفير المساعدات والمساهمات لتطوير النظام التعليمي بمجالاته وأنواعه ومستوياته المختلفة.
- لمزيد من المعلومات عن المركز ونشاطاته، ولإدراجكم ضمن قائمة بريد المركز، يرجى الكتابة إلى العنوان التالي:

رئيس المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية

ص.ب: (560) الجبيلة - فاكس: 5340356

عمّان - الأردن

أو يمكنكم زيارة موقع المركز على شبكة الانترنت على العنوان الآتي:

www.nchrd.gov.jo